

## Utilização de Redes Complexas para análise de Rede de Drenagem

Alice Nardoni Marteli<sup>1</sup>

Faculdade de Tecnologia de São José dos Campos, FATEC-SJC

Marcelo Marcos Serrano Checon<sup>2</sup>

Faculdade de Ciências e Tecnologia, UNESP-FCT

Leonardo Bacelar Lima Santos<sup>3</sup>

Cemaden, Centro Nacional de Monitoramento e Alertas de Desastres Naturais, São José dos Campos-SP

**Resumo.** Redes de drenagem são cada vez mais analisadas para compreender a ocorrência de desastres naturais/socioambientais. Este artigo apresenta a construção de redes de drenagem com base em modelos digitais de elevação e análise dessas redes utilizando o formalismo e algumas métricas de teoria dos grafos/redes complexas. Os resultados mostraram uma estrutura de árvore não-homogênea com graus variando de 1 (cabeceiras de cursos d'água) a valores elevados, próximos a 6, relacionados à heterogeneidade da superfície.

**Palavras-chave.** Grafos, Redes Complexas, Desastres, Drenagem, Computação Aplicada.

### 1 Introdução

A utilização de ferramentas que auxiliam a tomada de decisões de maneira que seja possível mitigar danos são cada vez mais procuradas por órgãos responsáveis do planejamento ambiental, principalmente ligados a desastres naturais/socioambientais. A matemática e a computação aplicada têm papel fundamental neste contexto.

A ocorrência de desastres socioambientais no Brasil é em grande maioria, causados por eventos meteorológicos, sobretudo por precipitação elevada [5]. Dentre os tipos de eventos mais frequentes no país estão as inundações.

Este trabalho tem como objetivo construir redes de drenagem sintética – obtida por Modelo Digital de Elevação, e analisar suas propriedades topológicas com base no formalismo e métricas da análise de grafos/redes complexas. Espera-se que os resultados dessa análise topológica possam revelar informações de interesse hidrológico.

---

<sup>1</sup>alicenmart2@gmail.com

<sup>2</sup>marcelochecon@gmail.com

<sup>3</sup>santoslbl@gmail.com

## 2 Material e Métodos

A área de estudo deste trabalho é o município Francisco Beltrão, localizado no sudoeste do estado do Paraná (Figura 1). Segundo estimativas [3] para 2017, a população conta com 88.465 habitantes, em uma área de  $735 \text{ km}^2$ . O município há muito tempo vem sofrendo com a ocorrência de inundações.

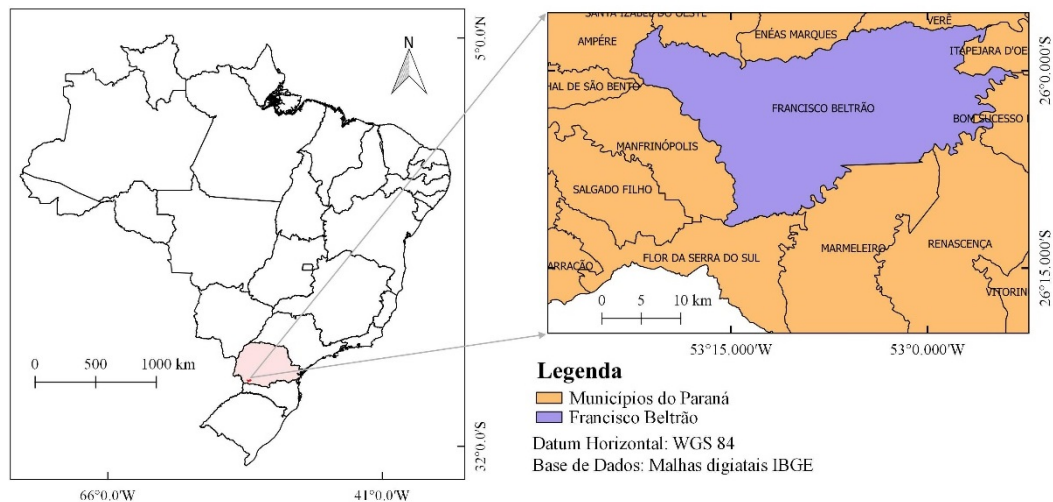


Figura 1: Localização do Município de Francisco Beltrão no Estado do Paraná – Brasil.

Os dados de relevo foram obtidos através de um modelo digital de elevação do SRTM (*Shuttle Radar Topographic Mission*) de 30 metros disponível gratuitamente no site da USGS (*United States Geological Survey*), cuja resolução horizontal é de 1 arco-segundo ( $\approx 30m$ ), projeção Lat/Long e Datum WGS84 [8]. O tratamento dos dados foi feito no TerraView Hidro versão 0.4.3, implementado no software livre TerraView 4.2.2 [4], nas ferramentas hidrológicas, permitindo a geração do modelo na bacia do Baixo Iguaçu.

Para esta área de estudo, foi considerado um limiar de 25 células. Com a grade de direção de fluxo de água para cada pixel – LDD (*Local Drain Directions*) foi obtido o grafo orientado. No Sistema de Informações Geográficas QGIS foi delimitado uma subárea de interesse e exportada como shapefile. Essa área corresponde a uma sub-bacia do Rio Marrecas.

Utilizando esses dados como entrada, calcularam-se os índices básicos de redes complexas no *Spyder*, um ambiente de desenvolvimento integrado – IDE (*Integrated Development Environment*) para *Python*. As métricas de rede geradas foram obtidas utilizando as funções inseridas na biblioteca *NetworkX*, que é um pacote para criação, manipulação e estudo da estrutura, dinâmica e funções de redes complexas [6]. Os índices calculados foram:

- Número de vértices e arestas

Sendo um grafo um par  $G = (V, E)$  de conjuntos tal que os elementos de  $V$  são seus vértices (ou nós) e os elementos de  $E$ , suas arestas [1], foi considerado como vértice o centroide de cada pixel da SRTM e como arestas a drenagem extraída.

- Densidade da rede

A densidade é uma medida que mostra o quão conectado é uma rede. A densidade delta pode ser definida pela equação (1)

$$\delta = \frac{2L}{g(g-1)} \quad (1)$$

onde  $g$  é o número de vértices e  $L$  é o número de arestas observadas. Segundo [2], esta medida é calculada com o número de arestas observadas sobre o número de arestas possíveis na rede.

- Diâmetro

É a maior distância geodésica encontrada na rede [2].

- Grau médio

Seja  $i$  um vértice qualquer de um grafo  $G$ . O grau de  $i$ ,  $k_i$ , é definido como a cardinalidade do conjunto de todos os vértices adjacentes a  $i$ . Assim, o grau médio  $\langle k \rangle$  de  $G$  é a média aritmética dos graus de cada vértice [1].

- Coeficiente de Aglomeração Médio

Seja  $i$  um vértice qualquer de uma rede  $A$ , o coeficiente de aglomeração de  $i$  é a probabilidade de que os vértices pertencentes a  $A_i$  sejam adjacentes entre si. Segundo [1], o coeficiente de aglomeração é obtido a partir da igualdade (2)

$$C_i = \frac{2n_i}{k_i(k_i-1)} \quad (2)$$

onde  $n_i$  é o número de arestas entre seus adjacentes e  $k_i$  o grau do vértice. Assim, o coeficiente de aglomeração médio de  $A$  é a média aritmética dos coeficientes de aglomeração de cada vértice.

- Caminho Mínimo Médio de um Grafo

O comprimento médio do caminho mais curto é dado por (3)

$$\alpha = \sum_{s,t \in V} \frac{d(s,t)}{n(n-1)} \quad (3)$$

onde  $V$  é o conjunto de vértices do grafo  $G$ ,  $d(s,t)$  é o caminho mais curto de  $s$  para  $t$ , e  $n$  é o número de nós de  $G$  [7].

O código com tais métricas implementadas encontra-se disponível no repositório Github, em /AliceNardoni/Redes-Complexas.

### 3 Resultados

Para implementar as métricas no *Python* foi testado em uma área menor como amostragem, que foi calculada manualmente para validação. Em seguida, foi expandido para a área total de estudo. É possível analisar a dimensão espacial dessas áreas na Figura 2.

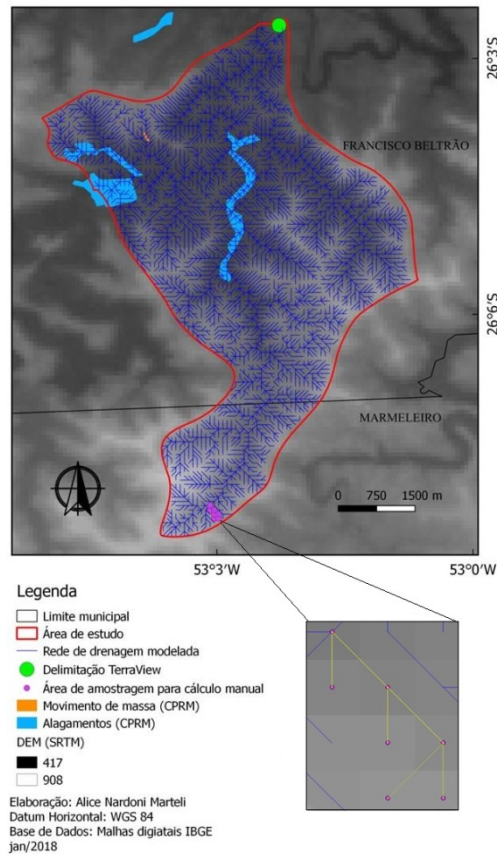


Figura 2: Rede de drenagem sintética com destaque para a área amostral.

Sendo essas áreas o *input*, foi gerado um grafo (Figura 3) a partir da matriz de adjacência.

Em seguida, foi possível verificar o comportamento de diversas métricas de redes complexas, tais como: número de vértices e arestas, densidade da rede, diâmetro, grau médio, coeficiente de aglomeração médio e caminho mínimo médio de um grafo. As métricas obtidas são apresentadas na Tabela 1.

Como observado na Tabela 1, o número de vértices e arestas, o diâmetro, o grau médio e o caminho mínimo médio aumentam à medida que aumenta a área de estudo. Ao contrário desse padrão, a densidade da rede é menor para a área de maior área total. Em ambos os casos, o coeficiente de aglomeração médio apresenta valor nulo, o que sugere que não há estruturas tipo “triângulos”. Na prática, representa que não há ilhas de drenagem,

Tabela 1: Métricas da rede complexa

Índices	Área de estudo	Área de amostragem
Nº Vértices	4646	7
Nº Arestas	4645	6
Densidade da rede	0	0,28
Diâmetro	158	4
Grau Médio	1,99	1,71
Coef. Aglomeração Médio	0	0
Caminho Mínimo Médio	65,32	2,19

que o algoritmo de extração da rede de drenagem sintética evita a formação desse tipo de estrutura.

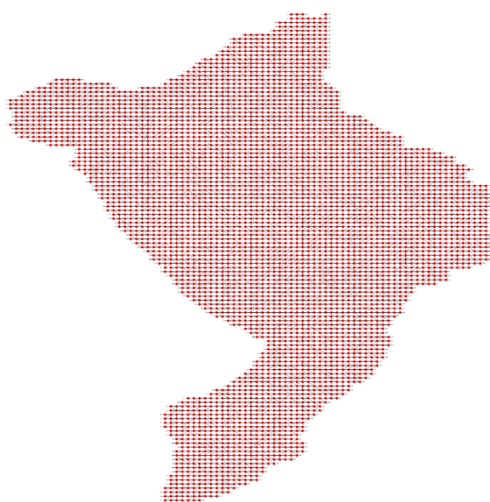


Figura 3: Grafo gerado no Python.

Na Figura 4 é apresentado o histograma dos possíveis graus  $k$  encontrados no grafo. Como observado, à medida que aumenta o valor do grau (número de conexões de cada vértice), há uma diminuição destes vértices. Em suma, há mais vértices com grau 1. Geograficamente, esses vértices de grau 1 representam as nascentes e, os vértices de grau maior que 1 representam as confluências.

Na prática, representa que não há ilhas de drenagem, que o algoritmo de extração da rede de drenagem sintética evita a formação desse tipo de estrutura, ou seja, não permite ciclos no grafo, deixando-o realmente compatível com um grafo do tipo árvore.

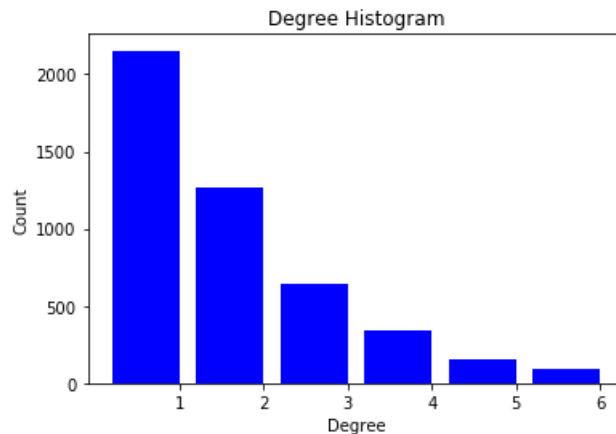


Figura 4: Histograma de graus do grafo.

## 4 Conclusões

Os conceitos de redes complexas permitiram visualizar alguns padrões de drenagem, fornecendo meios de extrair métricas da rede. Estruturalmente, trata-se de uma árvore não-homogênea, com graus variando de 1 (cabeceras de cursos d'água) a valores elevados, relacionados à heterogeneidade da superfície.

Diante disso, a utilização das métricas de redes complexas para análise de rede de drenagem indica ser uma ferramenta promissora para modelagem de áreas com potenciais de inundações.

Como perspectivas futuras pretende-se analisar mais profundamente a relação das métricas de redes complexas para análise de redes de drenagem, verificar algoritmos de drenagem não determinística ou de direções múltiplas (capazes de gerar redes com coeficiente de aglomeração não nulo) e, comparar os resultados obtidos com uma modelagem de base hidrológica.

## Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio referente ao projeto FAPESP 2015/50122-0 e DFG-IRTK 1740/2.

## Referências

- [1] A. D. Bessa, L. B. L Santos, L. P. N. R. Martinez, M. C. Costa e P. G. S. Cardoso. Introdução às redes complexas. Universidade Federal da Bahia: 2010. Disponível em: <http://wiki.dpi.inpe.br/lib/exe/fetch.php?media=ser301-2011:introducaoredescomplexas.pdf>. Acesso em: 14 fev. 2018.

- [2] N. Crepalde. Redes no Python com networkx. 2016. Disponível em: <http://neilsoncrepalde.github.io/2016-10-09-redes-no-python-com-networkx>. Acesso em: 14 fev. 2018.
- [3] INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA - IBGE. Cidades 2018. Disponível em: <https://cidades.ibge.gov.br/brasil/pr/francisco-beltrao/panorama>. Acesso em: 07 maio 2018.
- [4] INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS - INPE. TerraHidro. 2017. Disponível em: <http://www.dpi.inpe.br/menu/Projetos/terrahidro.php>. Acesso em: 19 ago. 2017.
- [5] M. Kobiyama, T. Checchia, R. V. Silva, P. H. Schröder, A. Grando e G. M. P. Reginato. Papel da comunidade e da universidade no gerenciamento de desastres naturais. In *Proceedings of Simposio Brasileiro de Desastres Naturais*, Florianópolis, Santa Catarina, Brasil, 2004.
- [6] NETWORKX. Package networkx: API Documentation, 2008. Disponível em: <https://networkx.github.io/documentation/networkx-0.3>. Acesso em: 01 de fev. 2018.
- [7] NETWORKX. NetworkX Developers: API Documentation, 2015. Disponível em: <https://networkx.github.io/documentation/networkx-1.10>. Acesso em: 14 de fev. 2018.
- [8] US GEOLOGICAL SURVEY - USGS. SRTM 30m: s27\_w054\_3arc\_v2. Reston, Virginia. EUA, 2015. Disponível em: <http://earthexplorer.usgs.gov>. Acesso em: 12 dez. 2017