

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Identificação por subespaços para sistemas determinísticos lineares e não lineares

Santos D. Miranda Borjas¹

Departamento de Matemática, Centro de Ciências Exatas e da Terra, UFRN, Natal, RN

Resumo. Neste artigo é apresentada uma visão geral sobre o problema da identificação de sistemas lineares e não lineares (tipo Wiener) operando em malha aberta. Existem diversos algoritmos que solucionam este problema, entre eles, encontram-se os métodos por subespaços MOESP (Multivariable Output-Error State sPace) e N4SID (Numerical algorithms for Subspace State Space System Identification). Com o objetivo de avaliar o desempenho dos métodos MOESP e N4SID, um exemplo simulado é apresentado para comparar o desempenho destes algoritmos.

Palavras-chave. Identificação de sistemas, Estrutura de Wiener, Identificação por subespaços.

1 Introdução

Na atualidade, cada vez mais, o trabalho de um engenheiro consiste na obtenção de modelos matemáticos dos processos estudados [5]. O campo de utilização desses modelos é muito amplo, destacando-se aplicações como: controle, supervisão, predição, simulação, otimização, etc. As técnicas de identificação de sistemas têm evoluído bastante, procurando atender essa demanda por modelos cada vez mais precisos. Existem métodos de identificação como métodos de predição do erro (Prediction Error Methods - PEM) e os métodos das variáveis instrumentais (Instrumental Variable Methods - IVM) que são muito populares. Recentemente, os métodos de identificação por subespaços têm emergido como uma alternativa para os métodos tradicionais. Nos métodos de identificação de sistemas dinâmicos por subespaços são tratados modelos de sistemas lineares invariantes no tempo em espaço de estados operando em tempo discreto. Pelas restrições citadas, pode parecer uma classe altamente restrita de modelos (especialmente por serem lineares), no entanto é bastante surpreendente como muitos processos industriais podem ser descritos com precisão por este tipo de modelo [3] e [4]. A maioria dos processos industriais é não linear, mas a planta pode ser identificada com modelos lineares, se eles forem linearizados em torno de um ponto de operação. No entanto, há sistemas não lineares que têm dinâmica complexa, não sendo possível aproximá-los por sistemas lineares. Um modo de contornar este problema é restringir a operação do processo em certa faixa, em que o sistema tenha comportamento linear. Um caso típico são as válvulas de controle. A necessidade

¹santos.miranda@ccet.ufrn.br

de descrever de forma mais precisa o comportamento não linear de sistemas reais levou à busca de representações não lineares usando métodos de séries funcionais, como as séries de Volterra. A desvantagem delas é a complexidade computacional, a dificuldade de incorporar informações a priori e de interpretar e estimar características físicas do processo a partir do modelo [2]. Como opção para esses problemas, Billings (1980) propôs os sistemas orientados a blocos. Billings (1980) sugeriu novas pesquisas para simplificar e estender a aplicação de tais métodos. A identificação de sistemas para modelos não lineares orientados a blocos do tipo Hammerstein ou Wiener vem sendo pesquisada nos últimos anos [1] e [7]. Recentemente, os métodos de identificação por subespaços têm sido propostos para identificar modelos do tipo Wiener e Hammerstein [6].

Este artigo busca avaliar o desempenho dos métodos MOESP e N4SID, na identificação de sistemas determinísticos operando em malha aberta para o caso linear e não linear.

2 Identificação Determinística de Sistemas Lineares Usando o Método de Subespaços

Considere um sistema linear discreto invariante no tempo dado por:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \quad (1)$$

$$y(k) = Cx(k) + Du(k) \quad (2)$$

onde $u(k) \in \mathfrak{R}^m$ e $y(k) \in \mathfrak{R}^l$ são, respectivamente os valores medidos das entradas e saídas no instante k dos processos com m entradas e l saídas. $x(k) \in \mathfrak{R}^n$ é o vetor de estados do processo em tempo discreto no instante k . A , B , C , e D são matrizes de dimensões apropriadas.

2.1 Problema de identificação

Suponha que os dados de entrada e saída $u(k) \in \mathfrak{R}^m$ e $y(k) \in \mathfrak{R}^l$ sejam dados. O problema é identificar a dimensão n do sistema desconhecido, as matrizes (A, B, C, D) do sistema dado pelas equações (1) e (2), conforme [8].

2.2 Solução Ideal

As equações (1) e (2) podem ser expressadas na forma matricial [3]:

$$\begin{bmatrix} X_{k+1} \\ Y_k \end{bmatrix} = \Theta \begin{bmatrix} X_k \\ U_k \end{bmatrix} \quad (3)$$

onde $\Theta = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ corresponde aos parâmetros desconhecidos. A equação (3) pode ser interpretada como um modelo de regressão. Se na equação (3) as matrizes X_{k+1} , Y_k ,

X_k e U_k são dadas, então o parâmetro desconhecido Θ pode ser calculado pelo método dos mínimos quadrados, isto é:

$$\hat{\Theta} = \begin{bmatrix} \hat{A} & \hat{B} \\ \hat{C} & \hat{D} \end{bmatrix} = \min_{A,B,C,D} \left\| \begin{bmatrix} X_{k+1} \\ Y_k \end{bmatrix} - \Theta \begin{bmatrix} X_k \\ U_k \end{bmatrix} \right\|_F^2 \quad (4)$$

onde $\hat{\Theta}$ denota a estimativa de Θ e $\|\cdot\|_F^2$ denota a norma de Frobenius de uma matriz. Da equação (4), resulta:

$$\hat{\Theta} = \begin{bmatrix} X_{k+1} \\ Y_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_k \\ U_k \end{bmatrix}^T \left[\begin{bmatrix} X_k \\ U_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_k \\ U_k \end{bmatrix}^T \right]^{-1}. \quad (5)$$

Então em um caso ideal, quando se têm os dados de entrada, saída e a sequência de estados para dois instantes de tempo sucessivos k e $k + 1$, a identificação do parâmetro Θ na equação (3) é trivial. No entanto, na prática, X_k e X_{k+1} não são conhecidos e têm que ser estimados a partir dos dados de entrada e saída. Isto é um ponto importante nos métodos de identificação por subespaços. A diferença entre estes métodos reside na forma como obter a sequência de estados estimados.

2.3 Equações Matriciais por Subespaço

Fazendo iterações sucessivas nas equações (1) e (2) obtém-se a seguinte equação matricial:

$$Y_f = \Gamma_i X_f + H U_f, \quad (6)$$

onde o símbolo f denota dados futuros.

Γ_i é a matriz de observabilidade estendida e é definida por:

$$\Gamma_i = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{i-1} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

A matriz H e U_f é definida como em [8]. Para maiores detalhes ver [3].

3 Métodos de Identificação

3.1 Método MOESP e Método N4SID

Os métodos de identificação por subespaços mais usados são MOESP e N4SID. O método MOESP soluciona o problema da identificação determinística aplicando certa projeção ortogonal na equação (6), conforme [8], obtendo-se uma aproximação da matriz de observabilidade estendida Γ_i , a partir da qual se computam as matrizes A e B . Para calcular as matrizes C e D vide [9].

Para solucionar o problema da identificação determinística, o método N4SID aplica certa

projeção oblíqua na equação (6), conforme [8], obtendo-se uma aproximação para a sequência de estados X_{k+1} e X_k . As matrizes do sistema (A, B, C, D) são aproximadas usando a equação (5). Para maiores detalhes vide [8].

4 Identificação Determinística de Sistemas Não Lineares Usando o Método por Subespaços

Os modelos por blocos interconectados são estruturas eficientes na modelagem de sistemas não lineares. Uma estrutura de Wiener é composta por um bloco linear dinâmico e um bloco não linear estático, conforme indicado na Figura 1. Onde u_k representa o sinal

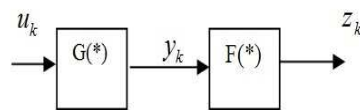


Figura 1: Modelo de Wiener.

de entrada, z_k representa o sinal de saída do sistema, $G(*)$ representa o bloco dinâmico linear e $F(*)$ o bloco estático não linear. O modelo em espaços de estados de um sistema de Wiener é representado pelas equações (1) e (2) e pela equação $z_k = F(y_k) + v_k$. v_k é ruído branco com média zero. Dado um conjunto de dados de entradas u_k e saídas z_k , o problema da identificação não linear consiste em determinar uma estimativa para $G(*)$ e $F(*)$.

5 Simulações e resultados

5.1 Caso Linear: Modelo em Espaço de Estados com Matrizes Aleatórias

Nesta seção apresenta-se um modelo simulado usado na identificação por subespaços aplicado a um sistema linear. A função `drss` do Matlab 7.0 permite gerar um modelo linear discreto em espaços de estados, com matrizes do sistema A , B , C e D na forma aleatória. A ordem escolhida do modelo é 4, que é igual ao posto (A). Gerou-se um sistema MIMO de duas entradas e duas saídas, na forma: `M=idss(drss(4,2,2)); [A, B, C, D]=th2ss(M); u=idinput([1000,2], 'prbs', [0 0.3]); y=sim(M,u)`. Para o modelo M com sinal de entrada u , foram coletados 1000 dados, dos quais 700 foram aplicados para identificação e o restante para validação. Os sinais pré-tratados através do comando “`detrend`” do Matlab usados na identificação são mostrados na Figura 2. Neste trabalho é usado três modelos MOESP, N4SID e PEM. O modelo N4SID e o modelo PEM se encontram implementados no Toolbox do Matlab e o método MOESP é implementado por Michael Verhaegen. O passo seguinte é encontrar o melhor modelo que simule o processo M . Isto é mostrado na Tabela 1. A ordem $n = 6$ do sistema identificado é dada pelos valores singulares mais significativos da matriz S , a qual é obtida da decomposição em valores singulares (SVD) de certas projeções

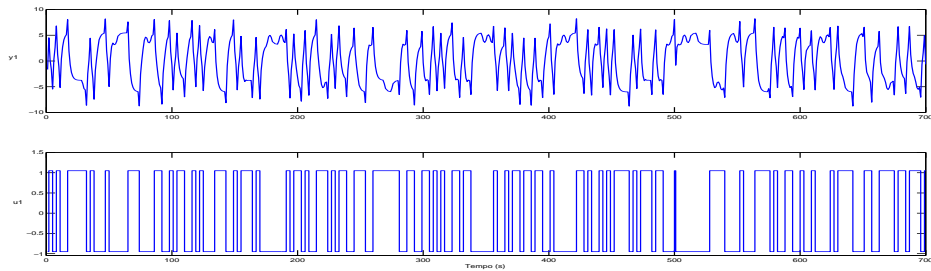


Figura 2: Sinal de saída y_1 e entrada u_1 usadas na identificação.

oblíquas ou ortogonais, dependendo do algoritmo sendo aplicação [3]. Para se avaliar a qualidade do modelo, aplicam-se indicadores de desempenho. Neste trabalho empregou-se a média da variância relativa (MVAF), definido por:

$$MVAF(\%) = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^N \left(1 - \frac{Var(z - \hat{z})}{Var(z)} \right) .100$$

onde z é a saída real e \hat{z} é a saída estimada pelo modelo obtido. O índice MVAF é usado pelo SMI toolbox do Matlab. Este índice de desempenho é empregado para se avaliar a qualidade do modelo produzido por cada algoritmo, como mostra a Tabela 1.

Tabela 1: Resultados numéricos do Desempenho dos algoritmos.

Algoritmo	Tempo (s)	Validação (%)
MOESP	0.297	100
N4SID	0.844	100
PEM	1.844	100

Analisando-se os valores da Tabela 1, todos os modelos tiveram um bom desempenho em termos de validação. Verifica-se que o tempo de processamento para a obtenção do modelo é menor para o método MOESP, motivo pelo qual se optou por esse método para identificar o processo. A ordem do sistema real não é necessariamente a mesma do modelo obtido, portanto em geral as matrizes do sistema real e do modelo obtido têm diferentes dimensões.

5.2 Caso não Linear

O detalhamento deste exemplo simulado pode ser encontrado em [10]. A função $G(*)$ e $F(*)$ é dada por:

$$G(z) = \frac{0.1578z + 0.1379}{z^2 - 1.375z + 0.6703}$$

$$F(y) = \begin{cases} 1.5 & y > 1.5 \\ y & 0.5 \geq 0 \geq 1.5 \\ 0.5 & y < 0.5 \end{cases} .$$

Dada as funções $G(*)$ e $F(*)$, o passo seguinte é coletar os dados de entrada e saída. Estes dados são gerados usando os seguintes comandos do Matlab:

$N=2000$; (número de dados a coletar); $u=1 + \text{randn}(n,1)$; $y=\text{dlsim}(\text{num},\text{dem},u)$;
 $z = (y < .5) * .5 + ((y >= .5) (y <= 1.5)) * y + (y > 1.5) * 1.5$.

Foram coletados 2000 pontos de entrada u e saída y , dos quais 1500 foram usados na identificação e o restante na validação. Agora deve-se encontrar um modelo que determine a melhor estimativa para a função $G(*)$. Neste trabalho são usados os modelos MOESP, N4SID e NARX. NARX se encontram no Toolbox do Matlab. A ordem do sistema é dada pelos valores mais significativos da matriz S , a qual é obtida da SVD de certas projeções oblíquas ou ortogonais, dependendo do algoritmo sendo aplicado [3]. O passo seguinte é estimar a função não linear $F(*)$, usando a saída estimada do sistema linear e a saída z_k do modelo de Wiener. Esta estimativa é dada pelos polinômios de Chebyshev, para $n = 13$. O índice MVAF é usado para avaliar a qualidade do modelo produzido por cada algoritmo, como mostra a Tabela 2.

Tabela 2: Resultados numéricos do desempenho dos algoritmos.

Algoritmo	Autovalidação (%)	Validação Cruzada (%)
MOESP	99.6716	99.6416
N4SID	99.4703	99.4137
NARX	97.8184	96.779

Usando os dados apresentados na Tabela 2, percebe-se que o modelo MOESP superou os modelos N4SID e NARX na autovalidação e na validação cruzada, motivo pelo qual se utiliza este modelo para identificar o sistema de Wiener. A relação entre a saída estimada linear e a não linear $F(*)$ é mostrada na Figura 3.

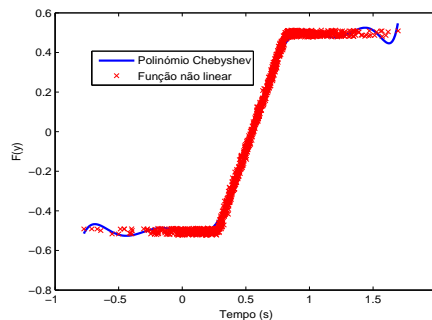


Figura 3: Sinal de saída y_1 e entrada u_1 usadas na identificação.

A linha contínua azul representa o polinômio de Chebyshev para $n = 13$. Da Figura 3

observa-se que o modelo identificado reproduz muito bem as principais características do processo. Foram consideradas condições iniciais nulas.

6 Conclusões

Neste trabalho foi mostrada uma visão geral do problema da identificação por subespaços de sistemas lineares e não lineares (caso determinístico). Dois exemplos simulados, um para o caso linear e outro para o caso não linear são apresentados. Para estes exemplos simulados, o método MOESP teve melhor desempenho na identificação em relação ao modelo N4SID, de acordo com o critério MVAf.

Referências

- [1] S. Biagiola, L. Figueroa. Identification of uncertain MIMO Wiener and Hammerstein models, *Computers Chemical Engineering*, vol. 35, no. 11, pp. 1-9, 2011.
- [2] S. Billings. Identification of nonlinear systems: a survey. *In Proc. IEEE*, Part D, pp. 272-285, 1980.
- [3] S. D. Borjas and C. Garcia, Subspace identification using the integration of MOESP and N4SID methods applied to the Shell benchmark of a distillation column, *TEMA*, vol.12, No. 3, pp 183-194, 2011.
- [4] B. De Moor, P. Van Overschee and M. Favoreel. Algorithms for subspace state space system identification - an overview, *Applied and computational control, signal and circuits*, Vol. 1, pp. 247-311, 1999.
- [5] L. Ljung. *System Identification Theory for the User*, 2a. Ed., Prentice Hall Englewood Cliffs, NJ, 1999.
- [6] M. Lawrynczuk, Nonlinear predictive control for HammersteinWiener systems. *ISA Transactions*. vol. 55, pp 49-62, 2015.
- [7] P. Saha, S. Krishnan, V. Rao and S. Patwardhan. Modeling and predictive control of MIMO nonlinear systems using Wiener-Laguerre models. *Chemical Engineering Communication*, vol. 191, pp. 1083-1119, 2004.
- [8] P. Van Overschee and B. De Moor. *Subspace Identification for Linear Systems*. Kluwer Academic Pub, 1996.
- [9] M. Viberg. Subspace methods in systems identification, *In: 10th IFAC Symposium on System Identification, SYSID94, Copenhagen, Denmark, Proceedings*, Vol. 1, pp. 1-12,1994.
- [10] T. Wigren. Convergence analysis of recursive identification algorithms based on the nonlinear Wiener model. *IEEE Trans. AC*, vol. 39, pp 2191-2206, 1994.