

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Métodos Matemáticos para o Coeficiente de Desoxigenação

Patrícia C. Zachi¹, Liara J. Vernier²

Curso de Engenharia Ambiental e Sanitária, UFSM, Frederico Westphalen, RS

Patricia Rodrigues Fortes³, Mariza Camargo⁴, Raphael C. Medeiros⁵

Departamento de Engenharia e Tecnologia Ambiental, UFSM, Frederico Westphalen, RS

1 Introdução

Existem processos matemáticos e estatísticos para a determinação do coeficiente de desoxigenação (k_1), sendo que inicialmente tais estimativas partem de dados de análises laboratoriais da Demanda Bioquímica de Oxigênio (DBO), exercida durante vários dias, para estimar a taxa de desoxigenação de amostras de água. Esta taxa de desoxigenação refere-se à velocidade com que o oxigênio é utilizado para degradar a matéria orgânica presente no efluente ou curso d'água [1]. Quando os efluentes são lançados em águas superficiais ou subterrâneas, é possível observar que com o passar do tempo, tais recursos hídricos começam a sofrer um processo chamado de autodepuração, podendo recuperar suas características iniciais. Com isso, obter o coeficiente de desoxigenação poderá contribuir com estimativas mais eficientes de autodepuração, sendo um parâmetro essencialmente utilizado na modelagem do oxigênio dissolvido.

Dentre os métodos analíticos e gráficos utilizados para determinação do k_1 , sendo os mais utilizados são: método dos mínimos quadrados; método da inclinação; método dos momentos; método de Thomas e método da diferença de logaritmos [2]. Neste trabalho, especificamente serão abordados dois métodos matemáticos para obtenção do coeficiente k_1 , quais sejam, método de Thomas e método da diferença de logaritmos.

2 Desenvolvimento do trabalho

O modelo que estima a progressão da DBO remanescente pode ser expresso pela seguinte Equação Diferencial Ordinária proposta por Streeter e Phelps [1]

$$\frac{d\mathcal{L}}{dt} = -k_1\mathcal{L} \quad \text{onde } \mathcal{L}(0) = \mathcal{L}_0 \quad (1)$$

¹patriciazachi@hotmail.com

²liaravernier@outlook.com

³patricia@ufsm.br

⁴mariza@ufsm.br

⁵medeiroscg@yahoo.com.br

onde \mathcal{L} é a concentração de DBO remanescente (mg/L), t é o tempo (dia), k_1 é o coeficiente de desoxigenação (dia^{-1}) e \mathcal{L}_0 quantidade de matéria orgânica inicial (DBO última).

Resolvendo esta equação por separação de variáveis obtém-se $\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 10^{-k_1 t}$, e considerando a hipótese de que a quantidade de DBO removida ($y : y(t)$) mais a quantidade da DBO remanescente (\mathcal{L}) é igual a quantidade de matéria orgânica inicial \mathcal{L}_0 , ou seja, se considerarmos que $y + \mathcal{L} = \mathcal{L}_0$, escreve-se

$$y = \mathcal{L}_0(1 - 10^{-k_1 t}) \quad (2)$$

A partir desta equação passa-se a descrever os dois métodos escolhidos para determinação do coeficiente de desoxigenação k_1 .

• **Método de Thomas:** Considerando (2), usa-se uma expansão em série de Maclaurin para $f(t) = 10^{-k_1 t}$, e com comparações entre a expressão obtida e séries binomiais, chega-se a uma equação linear cujos coeficientes (a e b) podem ser determinados pelo método dos mínimos quadrados. Pelo referido Método de Thomas tem-se:

$$k_1 = \frac{6a}{2,3b}. \quad (3)$$

• **Método da Diferença de Logaritmo:** Calcula-se derivada de y em relação ao tempo t e chega-se a uma expressão linear cujos coeficientes (a e b) podem ser determinados pelo método dos mínimos quadrados. E desta forma, obtém-se:

$$k_1 = -a. \quad (4)$$

3 Perspectivas de Continuidade

Com a realização do detalhamento de todo equacionamento envolvendo os métodos de Thomas e da diferença de logaritmos, chegou-se a um melhor entendimento das formas de determinação do coeficiente k_1 . Na medida em que serão obtidas as regressões lineares que resultarão na determinação dos coeficientes a e b necessários em ambos os métodos, será então possível, a partir da análise do chamado coeficiente de determinação (R^2), concluir qual dos métodos estudados ocasiona melhores resultados para k_1 em relação aos valores observados.

Referências

- [1] M. Von Sperling. *Estudo e Modelagem da Qualidade da Água de Rios*, UFMG, Belo Horizonte:MG, 2014.
- [2] M. Von Sperling. *Estudo Comparativo entre Alguns Métodos Utilizados para o Cálculo do Coeficiente de Desoxigenação*, Congresso Brasileiro de Engenharia Sanitária e Ambiental, **13**, SEEBLA, Maceió, 1985.