

**Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**

---

## Aprendizagem Matemática a partir de um Projeto Integrador na Educação de Jovens e Adultos

Flavio Fernandes<sup>1</sup>

Instituto Federal de Santa Catarina - Chapecó

Vitor José Petry<sup>2</sup>

Universidade Federal da Fronteira Sul - Chapecó

**Resumo.** O trabalho é resultado da aplicação de um Projeto Integrador interdisciplinar em uma turma de um programa de Educação de Jovens e Adultos, usando a modelagem como ponto de partida para trabalhar conceitos relacionados às áreas do conhecimento envolvidas no projeto. São abordados no trabalho os conceitos relacionados aos conteúdos de Matemática desenvolvidos durante a execução do projeto, destacando-se conceitos relacionados ao estudo de geometria e de funções.

**Palavras-chave** Proeja, Projeto integrador, Modelagem Matemática.

### 1 Introdução

O Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos (Proeja) tem como finalidade oferecer a oportunidade de conclusão do Ensino Básico associado ao aperfeiçoamento profissional a cidadãos que não o conseguiram fazer no ensino regular. Considerando que muitos alunos desse programa estão há bastante tempo afastados da escola ou tiveram muitas dificuldades no ensino regular, trabalhar conceitos relacionados com as disciplinas das áreas consideradas exatas têm se tornado um grande desafio para os professores. Uma das alternativas encontradas para enfrentar estes desafios consiste num trabalho interdisciplinar através da aplicação de projetos integradores. Neste trabalho são apresentados alguns resultados de um projeto envolvendo as áreas de Química, Biologia, Matemática e Mecânica em uma turma de vinte alunos do Curso Médio Técnico na Modalidade de Proeja em Eletromecânica do Instituto Federal de Santa Catarina em um componente curricular denominado Projeto Integrador. O tema do projeto “A ciência da Cerveja” foi proposto pelos alunos, sendo que os professores das diferentes áreas envolvidas abordaram assuntos correlacionados com sua área durante o desenvolvimento dos equipamentos e produção de cerveja artesanal. No que se refere aos conteúdos de matemática explorados durante a execução, foram abordados os conceitos relacionados com as medidas de volume

---

<sup>1</sup>flavio.fernandes@ifsc.edu.br

<sup>2</sup>vitor.petry@uffs.edu.br

e capacidade, conversões de medidas, proporcionalidade, funções, além da utilização de planilha eletrônica e calculadoras para organização de dados e comparações.

## 2 Fundamentação teórica

A democratização da educação Tecnológica gratuita nos últimos anos, com a criação de Instituições Federais nas regiões descentralizadas, trouxe significativos avanços no âmbito da oportunidade de estudo, principalmente para as classes menos favorecidas. Paralelamente à esta universalização surgem preocupações associadas com a permanência e êxito dos alunos. As dificuldades enfrentadas pelos alunos quanto ao aprendizado é um dos fatores que desmotiva a sua permanência no ensino público técnico. Referindo-se à Educação de Jovens e Adultos, as dificuldades são ampliadas, pois este grupo específico de alunos, são na maioria trabalhadores que há muitos anos afastaram-se do estudo e hoje retornam com intuito de ampliarem seus conhecimentos ou devido às pressões do mercado que exigem capacitação e profissionalização. Por outro lado, a maturidade dos alunos e o interesse de retornar aos estudos podem ser elementos facilitadores do aprendizado, desde que a escola apresente uma proposta de ensino que associe o conhecimento teórico à vida, ao trabalho e ao conhecimento prévio destes indivíduos.

Uma estratégia de melhor relacionar os componentes curriculares dos cursos de Proeja com o cotidiano e a vida profissional dos estudantes é a execução de Projetos Integradores. Resultado de muitos debates e divergências de opiniões, os projetos Integradores foram incorporados ao Projeto Político Pedagógico do Instituto Federal de Santa Catarina, Campus Chapecó, em 2009 [8]. Essa inclusão surgiu da necessidade de se desenvolverem projetos focados no trabalho coletivo e interdisciplinar.

Frigotto [5] alerta para a necessidade do ensino técnico também zelar para que seus alunos não sejam meros reprodutores executores de atividades trabalhistas como mão-de-obra acrítica e desvinculada com o contexto no qual ele está inserido. É evidente o caráter de construção cidadã que a escola tem no processo formativo do aluno e cabe aos profissionais da educação auxiliá-los no caminho da aprendizagem. Desta forma, trabalhar com projetos integradores instiga o questionamento de “como a Matemática pode ser inserida nesse processo de modo a manter a qualidade do ensino e ao mesmo tempo valorizar o aluno, considerando seus conhecimentos e dificuldades?”. Pensando nisso, este trabalho visa utilizar conceitos e aplicações de Modelagem Matemática, buscando proporcionar uma aprendizagem significativa acreditando-se ser esta uma estratégia de ensino muito coerente com a proposta de projeto integrador.

No campo do Ensino Técnico outras experiências exitosas com Modelagem Matemática já foram desenvolvidas no IFSC, em curso de Ensino Médio Técnico em Administração, conforme apresentado por [4]. Elementos da Modelagem Matemática como: determinação do tema, desenvolvimento de pesquisa, coleta de dados, processo de abstração com uso de variáveis, hipóteses e Leis, bem como a criação de Modelo Matemático e a validação são situações presentes no desenvolvimento deste trabalho de Projeto Integrador. Tais elementos são constituintes da teoria de Modelagem Matemática conforme apresentado em [2, 3].

Refletindo sobre os impactos no aprendizado do aluno a partir do Projeto Integrador associado à Modelagem Matemática utiliza-se neste trabalho algumas ideias sobre a teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel, aqui fundamentada de acordo com [7] e também citada em [1]. Nesta teoria, o conhecimento prévio dos alunos é valorizado em cada etapa do processo de ensino e aprendizagem buscando-se elaborar novas estruturas cognitivas a partir do que Ausubel chama de ‘conceito subsunçor’, que de acordo com [7] “é um conceito, uma ideia, uma proposição já existente na estrutura cognitiva, capaz de servir de ‘ancoradouro’ a uma nova informação de modo que esta adquira, assim, significado para o indivíduo”. Almeida [1] apresenta três condições básicas para a efetivação do aprendizado significativo: 1 - O material organizado para o ensino deve ser significativo; 2 - A existência de conhecimentos prévios na estrutura cognitiva dos alunos, associados ao tema; 3 - Predisposição positiva quanto ao processo de aprender coisas novas a partir de algo já existente. Tais elementos, que também fazem parte do processo motivacional presente na Modelagem Matemática são evidenciados em diferentes momentos neste trabalho.

### 3 Desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática e sua relação com a aprendizagem significativa

Em consonância com o tema abordado no Projeto Integrador, denominado “A Ciência da cerveja”, o estudo realizado na área de Matemática e que será explanado neste trabalho foi denominado de “A Matemática da cerveja”. Embora este tema seja muito amplo, destaca-se que serão abordados no trabalho apenas alguns conceitos associados a situação de cálculo do volume e capacidade e discussões surgidas a partir dessa abordagem. O objetivo foi de compreender os conceitos através de construção significativa a partir de situações reais que os alunos observassem ao longo do processo. O problema inicial apresentado aos alunos estava associado ao cálculo da capacidade de armazenamento de líquidos das panelas que seriam utilizadas para a preparação do mosto. Nesta aula, o professor levou panelas, cordas, régua, fita métrica, um jogo de cartas e objetos circulares. Também foi utilizada a projeção de slides preparados pelo professor com problemas a serem resolvidos pelos alunos e ilustrações sobre o Princípio de Cavalieri.

Os alunos foram instigados a apresentarem uma maneira de calcular o volume das panelas, que tinham formato cilíndrico, buscando identificar e valorizar o conhecimento prévio dos alunos como estratégia motivacional para o desenvolvimento dos conteúdos, conforme sugere Ausubel citado em [7]. Um dos alunos sugeriu que o volume seria calculado a partir da multiplicação do diâmetro do fundo da panela pela altura da panela. Ao questionar os demais alunos sobre a concordância ou não com o método apresentado pelo colega, verificou-se que todos concordavam: “o volume seria dado pelo produto do diâmetro pela altura da panela”. O professor então questionou os alunos sobre o que seria o diâmetro. Então o mesmo aluno que havia sugerido a relação Matemática disse que seria “todo o fundo da panela”. Neste momento, percebeu-se que tal aluno teria a compreensão da fórmula do volume de um cilindro, porém desconhecia a linguagem matemática utilizada ao confundir os termos relacionados. Quanto aos demais alunos,

percebeu-se a confiança no resultado apresentado pelo colega por este ser um aluno que se destaca na turma. Em virtude deste “conceito subsumor” estar presente nos alunos de maneira fragmentada, ou limitada [7], percebeu-se a necessidade da formalização de conceitos relacionados ao círculo, circunferência, diâmetro, corda e raio. A partir disso, foram propostos alguns questionamentos para a turma referente ao volume do cilindro: 1. Quais os instrumentos necessários para determinar esta medida? 2. Quais conhecimentos matemáticos são necessários? 3. O valor encontrado será exato ou aproximado? 4. É possível definir uma fórmula Matemática que seja válida para qualquer panela deste formato? 5. Quais unidades de medidas a serem utilizadas? Diante dos objetos trazidos na sala de aula, os alunos comentaram a necessidade do uso de trena e régua para as medidas. A utilização da corda para envolver a parte circular do cilindro foi apresentada aos alunos como alternativa ao uso da régua. Os alunos entenderam a necessidade de compreender conceitos de sólidos geométricos, figuras planas (círculos e circunferências), unidades de medida, raio e a necessidade de obterem uma fórmula para o cálculo da área de um círculo. Esta constatação se deu a partir da observação apontada por alguns alunos de que o volume pode ser obtido pela multiplicação dessa área pela altura.

A compreensão de que na matemática frequentemente teremos resultados aproximados também foi percebida, sendo justificada por eles por perceberem algumas irregularidades na panela e observarem que estavam cometendo pequenos erros no processo de medição. Embora um aluno tenha falado que lembrava que o volume era dado pela “multiplicação da base pela altura” inicialmente os alunos não souberam justificar o porquê dessa relação e nem como poderiam proceder os cálculos. Os alunos também observaram que estavam medindo as dimensões da panela em centímetros e que necessitavam saber a quantidade de litros que caberiam na panela. Perceberam então a necessidade de estabelecer um procedimento para fazer as conversões de unidades de medidas. Assim, foi formalizada a relação entre a medida do volume (que no caso seria dada em centímetros cúbicos -  $cm^3$ ) e a capacidade do objeto (dada em litros -  $l$ ), como a quantidade de líquido possível de armazenar dentro de um recipiente, neste caso, na panela (medida em litros). Após uma rápida pesquisa, observaram que um metro cúbico corresponde a mil litros, que um decímetro cúbico corresponde a um litro e que mil centímetros cúbicos correspondem a um litro. Aproveitou-se o momento para explorar o uso de regra de três para relacionar grandezas proporcionais.

Para compreenderem o significado do cálculo do volume de um sólido optou-se em trabalhar inicialmente com prismas quadrangulares regulares. Com o uso do material dourado é fácil verificar que em um quadrado de lado  $a$  ( $a \in \mathbb{N}$ ) unidades, cabem  $a^2$  cubinhos de lado igual a uma unidade, formando um prisma reto de base quadrada e altura igual a uma unidade. Observa-se que neste caso o volume é igual a  $a^2$ , pois cabem neste prisma esta quantidade de cubos. Colocando mais uma camada de cubinhos, obtemos um prisma reto de base quadrada e altura igual a duas unidades e assim sucessivamente. Observou-se dessa forma que fixando a área, há uma proporcionalidade entre a altura e o volume do prisma, além da definição de volume, como sendo a quantidade de cubos de lado unitário caberiam no sólido. Conclui-se então com os alunos que para o prisma reto de base quadrada, de fato tem-se que  $V = A_b \cdot h$ , onde  $V$  é o volume,  $A_b$  a área da base e  $h$  é a altura. Embora na atividade tenha-se trabalhado apenas com números

naturais, estendeu-se o resultado para os reais positivos, o que é permitido pelo teorema da proporcionalidade [6]. Compreendido o conceito de volume e a obtenção do volume do prisma, passou-se a questionar os alunos sobre a relação deste com o volume do cilindro, que era o objeto de estudo em questão. Chegaram a conclusão de que usando o mesmo procedimento, ou seja, “empilhar” cilindros de área fixa e com uma unidade de altura, teríamos que o volume do cilindro também seria da forma  $V = A_b \cdot h$ , faltando então apenas descobrir como chegar na área do círculo, visto que os cubos não poderiam ficar todos inteiros para “preencher” a área do círculo. Aproveitou-se o momento para apresentar o princípio de Cavalieri que corrobora com a conclusão deles e que permite que essa ideia seja usada em outras situações. A compreensão do princípio foi facilitada com o uso de dois jogos de baralho, sendo um organizado de forma a representar um prisma reto e o outro para ser um sólido irregular.

A próxima tarefa foi descobrir como calcular a área da base do cilindro (área do círculo). Prontamente, um dos alunos da turma enunciou “é pi vezes o raio ao quadrado professor”, ao que foi questionado pelo professor: “mas o que é esse pi?”. Sua resposta foi: “é 3,14 porque nós usamos no trabalho para medir as chapas”. Para confirmar a resposta do aluno e para a compreensão dos demais, os alunos foram convidados a fazer medições em vários objetos circulares trazidos para a aula. Usando barbantes e régua fizeram as medições e passaram a dividir o valor aferido para o comprimento da circunferência pelo valor do diâmetro. Embora tivessem pequenos erros de medida, chegaram a valores relativamente próximos do 3,14. Assim, compreenderam o significado do número  $\pi$ , ressaltando-se que se trata de um número irracional, de forma que o número de casas decimais é infinito. Usando calculadora obtiveram mais algumas casas decimais desse número, porém convencionou-se que para o trabalho em questão seria suficiente o uso de duas casas decimais. Formalizando as discussões anteriores, chegou-se a conclusão que  $\pi = \frac{C}{D}$  de onde obtemos que  $C = \pi \cdot D$  ou  $C = 2 \cdot \pi \cdot r$ , onde  $C$  representa o comprimento da circunferência,  $D$  o diâmetro e  $r$  o raio da circunferência.

Com a finalidade de compreenderem o cálculo da área do círculo, optou-se apresentar um vídeo disponível em <https://www.youtube.com/watch?v=9IfhUvaKSLM> que explora a ideia de aproximar a superfície de uma circunferência a partir da formação de um retângulo, cuja base mede a metade do comprimento da circunferência, ou seja  $\pi \cdot r$  e cuja altura mede  $r$ , de onde se conclui que a área do círculo é dada por  $A = \pi r^2$ . Assim, ficou formalizado o cálculo do volume do cilindro, e em particular, das panelas a serem usadas no projeto. Passou-se então para o procedimento de medição e cálculo do volume das panelas e posterior conversão da medida do volume em capacidade de litros de produto que poderiam ser colocados em cada uma das panelas (usando a proporcionalidade com base nos dados pesquisados anteriormente), concluindo dessa forma a etapa de “Matematização” conforme [1]. A maioria dos alunos optou em calcular o volume em  $cm^3$  e na sequência fazer a conversão para litros, houve, porém, quem observasse que se as dimensões das panelas fossem dadas em decímetros, o volume obtido em  $dm^3$  teria o mesmo valor que a capacidade em litros. Aproveitou-se essa discussão e o interesse dos alunos pelo tema para trabalhar transformações de unidades de medidas de comprimento, de área e de volume.

Em seguida, foi pedido aos alunos que marcassem os volumes correspondentes às al-

turas de 10 cm, 20 cm, 30 cm e a respectiva capacidade, conforme o tamanho da panela. Esta atividade visava avaliar a compreensão dos alunos da fórmula para outras situações semelhantes. Como a avaliação se daria no processo, este momento foi utilizado como parte da avaliação dos alunos quanto a compreensão e aprendizado dos conceitos abordados. Alguns grupos refaziam todos os cálculos para cada uma das medidas (considerando para cada altura um novo cilindro). Outros perceberam que a base era a mesma para cada situação e que bastava substituir o valor da altura correspondente a cada situação. Surgiu dessa forma a oportunidade de discutir o conceito de função, sendo neste caso, o volume (ou a capacidade) de líquido contido na panela dado em função da altura que este líquido atinge na panela, com a observação de que para cada panela teria-se uma função diferente, visto que suas bases não eram congruentes. Um grupo teve a percepção de que poderiam usar o volume total da panela que já era conhecido e a partir da regra de três obter o volume correspondente a cada altura.

Na aula seguinte, os alunos foram levados a construir tabelas na planilha eletrônica (Calc) do BrOffice, calculando o volume de cilindros, considerando duas situações distintas: na primeira situação, consideraram o raio da base fixo, variando a altura, enquanto que na segunda situação, mantiveram fixa a altura, variando o raio da base. A construção de um dos grupos é mostrada na figura 1.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Medida da capacidade fixando a altura e variando o raio				Medida da capacidade fixando o raio e variando a altura		
2	Medida do raio (dm)	Medida da altura (dm)	Capacidade (Litros)		Medida do raio (dm)	Medida da altura (dm)	Capacidade (Litros)
3	1,6	1	8,042477193		0,8	4	8,042477193
4	1,6	2	16,08495439		1,6	4	32,16990877
5	1,6	3	24,12743158		2,4	4	72,38229474
6	1,6	4	32,16990877		3,2	4	128,6796351

Figura 1: Tabelas para visualização das relações entre altura e volume (esquerda) e entre raio da base e volume (direita).

Observou-se que no primeiro caso a relação entre o volume e a altura é proporcional, justificando dessa forma a possibilidade do uso da regra de três. caracteriza-se também neste caso uma função linear. Já no segundo caso, observou-se que essa relação não é diretamente proporcional e que apenas a informação de que uma grandeza aumenta quando a outra também aumenta não é suficiente para podermos usar a regra de três, caracterizando-se, porém, uma função quadrática, permitindo a partir dessa situação discutir vários conceitos relacionados a este tipo de função. Além das situações expostas neste trabalho, outras situações surgiram e foram usadas para explorar conceitos matemáticos, dentre elas, a necessidade de dimensionar a quantidade de garrafas em função de sua forma/tamanho para envazar o resultado da produção. Paralelamente a esta discussão, no projeto também foram abordadas questões relativas às outras áreas do conhecimento envolvidas.

## 4 Considerações finais

A partir da análise e avaliação das atividades desenvolvidas neste projeto integrador destacamos que se trata de uma excelente possibilidade para a aplicação da Modelagem Matemática e para a construção da aprendizagem significativa, partindo de situações propostas pelos alunos para explorar conceitos importante no estudo da matemática e das demais áreas envolvidas. Observou-se a importância do trabalho interdisciplinar, da pesquisa, da valorização do conhecimento prévio dos alunos e a oportunidade de exploração de conceitos nas diferentes áreas de forma não-linear, pautadas nas situações recorrentes da produção dos alunos. Muitas são as possibilidades de direcionamento e exploração dos conceitos, o que implica que uma mesma proposta de Projeto Integrador pode ser trabalhada sob diferentes percepções, conforme o grupo de pessoas envolvido no processo. O fato de estar trabalhando com atividades relacionadas ao tema de interesse dos alunos, manteve-os mais motivados e interessados nos assuntos tratados, favorecendo o processo de ensino e aprendizagem. Consideramos assim que trabalhar com projetos integradores, usando a modelagem como ferramenta de ensino seja uma boa alternativa frente as dificuldades encontradas em turmas do Proeja.

## Referências

- [1] L. W. de Almeida, K. P. da Silva, R. E. Vertuan. *Modelagem Matemática na Educação Básica*. Editora contexto, São Paulo, 2016.
- [2] R. C. Bassanezi. *Modelagem Matemática: teoria e prática*. Editora contexto, São Paulo, 2015.
- [3] M. S. Biembengut, N. Hein. *Modelagem Matemática no ensino*. Editora contexto, São Paulo, 2016.
- [4] F. Fernandes. *A Modelagem Matemática como Prática Pedagógica no Ensino Médio Integrado em Administração do Ifsc - Caçador*. Dissertação de Mestrado, UFFS, 2016.
- [5] G. Frigotto. *Educação profissional e tecnológica no Brasil contemporâneo: Desafios, tensões e possibilidades*. Artmed, Porto Alegre, 2010.
- [6] E. L. Lima *Números e funções reais*. Coleção PROFMAT. SBM, Rio de Janeiro, 2013.
- [7] M. A. Moreira *A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula*. Unb, Brasília, 2006.
- [8] A. L. da Silva, J. Coser. A experiência do Projeto Integrador I no Curso de PROEJA Eletromecânica do IF-SC Campus Chapecó. *in Revista Eletrônica Técnico-Científica do IF-SC* N. 5. ISSN IMPRESSO - 2175-5302. 2014.