Trabalho apresentado no XXXVIII CNMAC, Campinas - SP, 2018.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Cálculo de órbitas periódicas no Mapa Padrão generalizado

Frank Gustavson Filho[1]
Priscilla Sousa-Silva[2]
Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", UNESP
Câmpus de São João da Boa Vista, São João da Boa Vista, SP

O Mapa Padrão generalizado é um conhecido modelo matemático que descreve a dinâmica de um rotor pulsado. O rotor simples é constituído por uma barra homogênea que gira em torno de um eixo fixo e recebe impulsos de um forçante periódico [7]. As equações dinâmicas são dadas por:

$$\begin{aligned} \theta_{k+1} &= \theta_k + p_k \ (\mathrm{mod} 2\pi) \\ p_{k+1} &= (1-\nu)p_k + f_0 \sin(\theta_k + p_k), \end{aligned} \tag{1}$$

onde θ e p são a posição angular e o momento linear do rotor. Os parâmetros $f_0 \geqslant 0$ e $\nu \in [0,1]$ correspondem, respectivamente, à amplitude do forçante e à dissipação devido ao atrito. Quando $\nu = 0$ não há dissipação e o mapa é conservativo, caso contrário o mapa é dissipativo.

Este modelo matemático é um sistema não-linear que apresenta comportamento caótico, isto é, uma pequena mudança nas condições iniciais gera soluções que divergem exponencialmente ao longo do tempo [1, 11].

Vários sistemas dinâmicos que apresentam comportamento caótico podem ser representados localmente pelo Mapa Padrão. Assim, a compreensão e a análise da diversidade dos fenômenos dinâmicos presentes neste sistema dinâmico têm grande relevância [10].

Para análise desse mapa, são de particular interesse as soluções periódicas. Em geral, órbitas periódicas estáveis estão associadas à movimentos oscilatórios. Essas órbitas, podem ser encontradas através da iteração do mapa, escolhendo uma condição inicial na bacia de atração de uma dada órbita [6].

Por outro lado, existem órbitas periódicas instáveis embutidas em atratores caóticos, chamadas de UPOs (do inglês *unstable periodic orbits*). Estas soluções são fundamentais para a compreensão da dinâmica caótica, pois permitem caracterizar o comportamento caótico através do cálculo de dimensões fractais e expoentes de Lyapunov [2, 9]. Além disso, elas são importantes para introduzir técnicas de controle de caos, um processo no qual uma pequena perturbação é aplicada a um sistema caótico a fim de que o sistema se comporte de forma desejável [4, 5]. Ao contrário do que ocorre no caso de órbitas estáveis, as UPOs exigem algorítmos específicos para sua detecção [3, 8].

[1]frankgfilho@gmail.com
[2]priscilla.silva@unesp.br

Neste trabalho, calculamos e caracterizamos órbitas periódicas do mapa padrão generalizado. Em particular, exploramos órbitas periódicas estáveis utilizando diagramas e bifurcação e empregamos o método iterativo de Newton-Raphson para encontrar UPOs de diversos períodos.

Referências

[1] K. T. Alligood, T. Sauer, J. Yorke. *Chaos: An Introduction to Dynamical Systems.* Springer, New York, 1996.

[2] D. Auerbach, P. Cvitanovic, J-P. Eckmann, G. Gunaratne, I. Procaccia. Exploring Chaotic Motion Through periodic Orbits. *Physical Review Letters*, 58(23):2387, 1987.

[3] O. Biham, W. Wenzel. Characterization of Unstable Periodic Orbits in Chaotic Aitractors and Repellers. *Physical Review Letters*, 63(8):819, 1989.

[4] S. Boccaletti, C. Grebogi, Y.-C. Lai, H. Mancini, D. Maza. The control of chaos: theory and applications. *Physics Reports* 329(3):103-197, 2000.

[5] A. L. Fradkov, R. J. Evans. Control of chaos: Methods and applications in engineering. *Annual Reviews in Control*, 29(1):33-56, 2005.

[6] J. Moehlis, K. Josic, E. T. Shea-Brown. Periodic orbit. *Scholarpedia*, 1(7):1358, 2006. DOI:10.4249/scholarpedia.1358

[7] E. Ott. *Chaos in Dynamical Systems.* Cambridge University Press, Cambridge, 1993.

[8] T. S. Parker, L. O. Chua. *Practical numerical algorithms for chaotic systems.* Springer-Verlag, New York, 1989.

[9] P. Schmelcher, F. K. Diakonos. Detecting Unstable Periodic Orbits of Chaotic Dynamical Systems. *Physical Review Letters*, 78(25):4733, 1997.

[10] P. A. Sousa-Silva, M. O. Terra. *Computational and Applied Mathematics*, First online, 2017. DOI: `https://doi.org/10.1007/s40314-017-0544-8`

[11] S. Strogatz. *Nonlinear Dynamics And Chaos.* Perseus Books, Reading, 1994.