

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Consistência de um SBRF aplicado a um modelo de perfuração de poços com boas vazões

Vinícius Francisco Wasques¹

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, UNICAMP, Campinas, SP

Daniel Dias de Carvalho Santos²

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, UNICAMP, Campinas, SP

Estevão Esmi³

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, UNICAMP, Campinas, SP

Renata Zotin Gomes de Oliveira⁴

Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Departamento de Matemática, Unesp, Rio Claro, SP

Resumo. Este trabalho destina-se a identificar regras contraditórias em um sistema de base regras fuzzy (SBRF) oriundo de um problema de busca de poços artesianos com boas vazões. Para tanto, é utilizado o índice de consistência entre regras fuzzy. São sugeridas alterações na base de regras em questão, de modo a torná-la mais consistente. O novo SBRF é, então, comparado ao previamente existente na literatura.

Palavras-chave. Medida de Similaridade, Sistemas Baseados em Regras Fuzzy, Geofísica.

1 Introdução

Regras fuzzy são declarações condicionais capazes de modelar conhecimentos imprecisos e/ou incertos através de rótulos linguísticos. Estes rótulos são modelados matematicamente através de conjuntos fuzzy. Bases de regras fuzzy são frequentemente utilizadas para modelar conhecimentos oriundos de especialistas ou de conjuntos de dados [1].

Um sistema baseado em regras fuzzy (SBRF) utiliza a lógica fuzzy aliada a esse tipo de regra para processar entradas e gerar saídas [1]. A verificação de integridade de uma base de regras fuzzy é fundamental para o êxito da aplicação do SBRF. Erros de inferência podem advir de anomalias na base de regras [9]. Apresentamos um método de verificação de anomalias para identificação de regras potencialmente contraditórias. Tal método foi proposto por Scarpelli *et al.* [8] e aplicado a um problema de estimação de risco de endometriose [7].

Aplicaremos este método em uma base de regras proposta por Wasques [10] para avaliar quais são os locais apropriados para se perfurar poços artesianos com boas vazões.

¹vwasques@outlook.com

²daniel.dcsantos@hotmail.com

³eelaureano@gmail.com

⁴rzotin@rc.unesp.br

Uma das formas dessa avaliação ser feita é através do parâmetro de resistência transversal. Quanto maior a resistência transversal, maior a chance do local ser próprio para a perfuração de poços. Na literatura, podem ser encontradas diversas variáveis linguísticas que modelam os parâmetros envolvidos no problema [5]. A obtenção desses parâmetros também é imprecisa, uma vez que dependem da regulagem de máquinas. Esses fatores tornam a modelagem matemática através de um SBRF adequada.

A Seção 2 trata dos conceitos básicos referentes a um SBRF. A Seção 3 introduz o método de detecção de anomalias proposto por Scarpelli *et al.* [8], que será usado para identificar potenciais anomalias na base de regras proposta por Wasques [10]. Na Seção 4 apresentamos uma breve discussão sobre as inconsistências do SBRF dado em [10]. Por fim, na Seção 5 apresentamos as conclusões do presente trabalho.

2 Sistemas baseados em regras fuzzy

Nessa seção, apresentamos os conceitos básicos da teoria fuzzy.

Definição 2.1. [11] *Seja U um conjunto (clássico). Um (sub)conjunto fuzzy A de U é determinado por uma função $\mu_A : U \rightarrow [0, 1]$ denominada função de pertinência, onde $\mu_A(x)$ representa o grau de pertinência de x a A .*

Denotamos por $\mathcal{F}(U)$ a família de todos os subconjuntos fuzzy de U .

O α -nível de um subconjunto fuzzy A de U é o conjunto $[A]^\alpha = \{x \in U : \mu_A(x) \geq \alpha\}$, definido para todo $\alpha \in (0, 1]$. Adicionalmente, se U é um espaço topológico, definimos $[A]^0$ como sendo $[A]^0 = cl\{x \in U : \mu_A(x) > 0\}$, onde cl é o fecho do conjunto [1].

Um número fuzzy A é um subconjunto fuzzy de \mathbb{R} , cujos α -níveis são intervalos fechados, limitados e não vazios, para todo $\alpha \in [0, 1]$. Doravante notaremos por $\mathbb{R}_{\mathcal{F}}$ a classe de números fuzzy. Um conjunto fuzzy trapezoidal em \mathbb{R} é um exemplo de número fuzzy. Lembrando que um número fuzzy A , denotado por $A = (a; b; c; d)$, é dito trapezoidal se sua função de pertinência é dada por [1]

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a} & \text{se } x \in [a, b) \\ 1 & \text{se } x \in [b, c) \\ \frac{d-x}{d-c} & \text{se } x \in [c, d] \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} .$$

Uma t -norma é um operador $\Delta : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ associativo, comutativo e crescente que satisfaz a seguinte propriedade $\Delta(1, x) = x$, para todo $x \in [0, 1]$. Uma s -norma é um operador $\nabla : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ associativo, comutativo e crescente que satisfaz a seguinte propriedade $\nabla(0, x) = x$, para todo $x \in [0, 1]$ [1].

Uma implicação fuzzy é um operador $\longrightarrow : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ decrescente no primeiro argumento, crescente no segundo e reproduz a tabela verdade da implicação da lógica Booleana [6]. Os conectivos lógicos “e”, “ou” e “implicação” da lógica Booleana são estendidos para a lógica fuzzy através dos operadores t -norma, s -norma e implicações fuzzy, respectivamente. Nesse artigo usaremos a t -norma do mínimo ($x \Delta y = \min\{x, y\} = x \wedge y$)

e de Łukasiewicz ($x \triangle y = \max\{x + y - 1, 0\}$) [1]. A s-norma que será utilizada é a do máximo ($x \nabla y = \max\{x, y\} = x \vee y$).

Embora existam outras classes de implicação fuzzy, aqui usaremos apenas as implicações residuais (R-implicações). Uma implicação fuzzy \longrightarrow é dita uma *R-implicação* se tem a seguinte forma: $x \longrightarrow y = \sup\{z : x \triangle z \leq y\}$, sendo \triangle uma *t-norma* qualquer [6]. Para o teste de consistência será utilizada a R-implicação de Łukasiewicz: $x \longrightarrow_{\underline{L}} y = \min\{1 - x + y, 1\}$.

Uma vez definidos os conectivos lógicos fuzzy, um outro conceito base é apresentado para o SBRF: as relações fuzzy. Uma relação fuzzy R sobre o produto cartesiano $U_1 \times \dots \times U_n$ é dada por um subconjunto fuzzy do produto cartesiano $U_1 \times \dots \times U_n$, onde sua função de pertinência é definida por $\mu_R : U_1 \times \dots \times U_n \rightarrow [0, 1]$ [1]. As relações fuzzy expressam não somente a associação entre n elementos, como também o grau dessa associação.

Um caso especial de relação fuzzy é o produto cartesiano usual $A_1 \times \dots \times A_n$ entre os números fuzzy A_1, \dots, A_n , definido por sua função de pertinência $\mu_{A_1 \times \dots \times A_n}(x_1, \dots, x_n) = \mu_{A_1}(x_1) \wedge \dots \wedge \mu_{A_n}(x_n)$.

Uma variável linguística x definida em um universo U é uma variável cujos valores assumidos são subconjuntos fuzzy de U [1]. Para exemplificar, considere o estado de maturação de uma fruta qualquer, digamos, uma laranja. Podem ser definidos conjuntos fuzzy que modelam os estados “verde” e “madura”. Dessa forma, *laranja* é uma variável linguística que pode ser valorada em *verde* ou *madura*.

Uma proposição fuzzy atômica (com respeito a uma variável linguística x que pode assumir como valor um conjunto fuzzy A) tem a forma $x \acute{e}/est\acute{a} A$, onde A é um conjunto fuzzy, cujo grau de veracidade é $\mu_A(x)$.

A agregação de proposições atômicas através de conectivos lógicos resulta em uma proposição composta. Aqui, consideramos a seguinte proposição composta: $p : x_1 \acute{e} A_1$ e $x_2 \acute{e} A_2$. Se o conectivo **e** é modelado pela *t-norma* do mínimo, então a proposição p pode ser reduzida a uma proposição atômica $x \acute{e} A$ [6], cuja função de pertinência é dada por $\mu_A(x) = \mu_{A_1}(x_1) \wedge \mu_{A_2}(x_2)$, onde $x = (x_1, x_2)$.

Um SBRF é composto por três módulos principais: *fuzzificação*, *inferência* e *defuzzificação*. Uma visão geral do sistema pode ser visto na Figura 1. É importante observar que a base de regras e o método de inferência constituem o módulo de inferência, que é o “cérebro” de um SBRF.

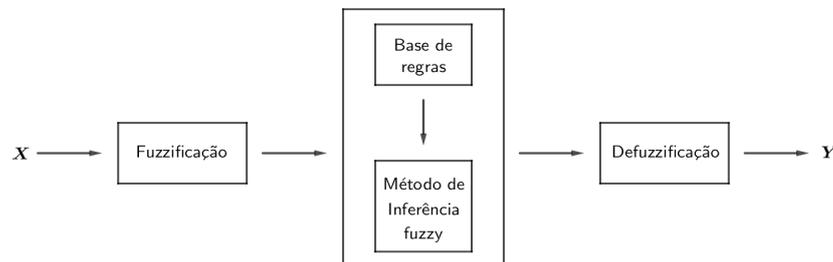


Figura 1: Diagrama de um sistema baseado em regras.

No módulo de *fuzzificação*, as entradas são recebidas e transformadas em conjuntos

fuzzy em seus domínios apropriados [1]. Para falar do módulo de *inferência*, é necessário, antes, introduzir o conceito de regra fuzzy. Uma regra fuzzy é uma declaração condicional do tipo “Se x é/está A então y é/está B ”, onde as proposições fuzzy “Se x é/está A ” e “ y é/está B ” são chamadas, respectivamente, de antecedente e conseqüente da regra fuzzy. Adicionalmente, dizemos que a regra é conjuntiva se ela é representada por uma relação fuzzy $R \in \mathcal{F}(U \times V)$, cuja função de pertinência é dada por $\mu_R(x, y) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(y)$, $\forall (x, y) \in U \times V$, sendo que $A \in \mathcal{F}(U)$ representa o conjunto fuzzy do antecedente e $B \in \mathcal{F}(V)$ o do conseqüente.

Uma *base de regras* fuzzy \mathcal{R} é dada por $\mathcal{R} = \{R_i : i = 1, \dots, n\}$, onde R_i denotam regras fuzzy para $i = 1, \dots, n$. No caso em que uma base de regras \mathcal{R} é conjuntiva, a relação que representa a base de regras \mathcal{R} é expressa pela função de pertinência $\mu_{\mathcal{R}}$, dada por $\mu_{\mathcal{R}}(x, y) = \sup_{i=1, \dots, n} (\mu_{A_i}(x) \Delta \mu_{B_i}(y))$, $\forall (x, y) \in U \times V$.

O *método de inferência* fuzzy tem por objetivo obter um valor de saída para cada valor de entrada no sistema [6]. Isso é feito a partir da *regra composicional de inferência*, introduzida por Zadeh [12]. Dada uma entrada $A' \in \mathcal{F}(U)$, a saída B' é calculada, por exemplo, pela inferência de Mamdani [4] da seguinte forma:

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \in U} (\mu_{A'}(x) \Delta \mu_{\mathcal{R}}(x, y)), \forall y \in V.$$

O módulo de defuzzificação é o responsável por transformar um conjunto fuzzy de saída em algum valor real que o represente adequadamente [1]. Aqui utilizaremos o método denominado centro de gravidade, que, no caso discreto, é calculado por $G(B) = \frac{\sum_{i=0}^n x_i \mu_B(x_i)}{\sum_{i=0}^n \mu_B(x_i)}$, em que B é a saída do SBRF.

A seguir, é apresentado um método de detecção de anomalias proposto em [8].

3 Método de detecção de anomalias baseado numa medida de similaridade

O método proposto por Scarpelli *et al.* [8] compara regras duas-a-duas com respeito a um índice de consistência para regras fuzzy. Quando esse índice é menor que um limiar, as regras são apontadas como potencialmente contraditórias, de forma que um especialista deve avaliar se alguma das duas regras deve, ou não, ser alterada. Esse método não considera o operador que modela a regra, sendo assim, adequado tanto a bases de regras conjuntivas quanto implicativas. Para definir o índice de consistência entre duas regras fuzzy, é necessário introduzir uma medida de similaridade.

Uma medida de similaridade é uma função $S : \mathcal{F}(U) \times \mathcal{F}(U) \rightarrow [0, 1]$ comutativa que satisfaz as seguintes condições: $S(U, \emptyset) = 0$, $S(A, A) = 1$ para todo $A \in \mathcal{F}(U)$ e $S(A, C) \leq S(A, B)$ e $S(A, C) \leq S(B, C)$, sempre que $A \subseteq B \subseteq C$ [2].

A medida de similaridade usada nesse artigo é dada por $S(A, B) = \frac{|A \cap B|}{|A \cup B|}$, onde $|A| = \sum_{x \in U} \mu_A(x)$ é a cardinalidade do conjunto fuzzy A [3].

O índice de consistência $C : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ entre as regras R_1 e R_2 é dado por $C(R_1, R_2) = S(A_1, A_2) \rightarrow_R S(B_1, B_2)$, onde S é uma medida de similaridade e \rightarrow_R é

uma R-implicação [8]. Quando as entradas são bidimensionais, o índice de consistência é dado por $C(R_1, R_2) = S(A_{11} \times A_{12}, A_{21} \times A_{22}) \rightarrow_R S(B_1, B_2)$, isto é, são da forma R_i : “Se x_1 é/está A_{i1} e x_2 é/está A_{i2} então y é/está B_i ”, com $i = 1, 2$.

Esse índice é utilizado a fim de identificar as regras potencialmente contraditórias.

Definição 3.1. [8] *As regras R_1 e R_2 são ditas potencialmente contraditórias com respeito a $\beta \in [0, 1]$ se*

$$C(R_1, R_2) < \beta,$$

onde β é um valor limite dado de acordo com o contexto.

Observação 3.1. *O valor de β indica o quão rigorosa é a verificação na busca por anomalias na base de regras. Quanto mais próximo de 1 for o valor de β , mais regras podem ser identificadas como potencialmente contraditórias.*

Na próxima seção, apresentaremos a base de regras utilizada por Wasques [10] no estudo de locais para perfuração de poços artesianos. Ainda mais, utilizaremos o índice de consistência nesse conjunto de regras fuzzy para determinar quais delas são potencialmente contraditórias.

4 Consistência do SBRF para perfuração de poços

Uma das formas de avaliar se um local é apropriado para perfuração de poços com boas vazões é analisando o parâmetro de resistência transversal, que é calculado através do produto entre a espessura e a resistividade do solo [5]. A resistência transversal é considerada baixa entre 0 e 3500, média entre 3500 e 9200 e alta acima de 9200 [5]. Quanto maior a resistência transversal, maior a chance do local ser próprio para a perfuração.

Wasques [10] propôs um modelo baseado em regras fuzzy cujas entradas do sistema são dadas pelos parâmetros espessura (ESP) e resistividade (RES). Para a variável ESP foram atribuídas 7 classificações linguísticas: Muito Baixa MB=(0; 0; 4; 9), Baixa B=(4; 9; 10; 14), Médio Baixa MDB=(10; 14; 15; 19), Média M=(15; 19; 20; 24), Médio Alta MDA=(20; 24; 25; 29), Alta A=(25; 29; 30; 34) e Muito Alta MA=(30; 34; 40; 40).

Para a variável RES foram atribuídas 5 classificações linguísticas: Muito Baixa MB=(0; 0; 40; 60), Baixa B=(40; 60; 70; 100), Média M=(70; 100; 130; 200), Alta A=(130; 200; 250; 420) e Muito Alta MA=(250; 420; 500; 500).

Para o parâmetro de saída, foi tomada a resistência transversal (RTF). Para RTF foram atribuídas 3 classificações linguísticas: Baixa B=(0; 0; 1750; 4500), Média M=(1750; 4500; 8000; 10500) e Alta A=(8000; 10500; 20000; 20000). Essa variável deve ser entendida da seguinte forma: se a saída for Baixa então as condições para se perfurar um poço com uma vazão satisfatória não são boas; se a saída for Média então estudos complementares devem ser realizados no local e por fim, se a saída for Alta então as condições são boas. Para esse SBRF foram utilizadas 35 regras fuzzy, que podem ser vistas na Tabela 1.

Tomando a R-implicação de Łukasiewicz, o índice de consistência C aplicado na base de regras proposta por Wasques, apontam as seguintes regras contraditórias:

Para o limiar $\beta = 0,5$ não foram encontradas regras contraditórias. Para o limiar $\beta = 0,85$ obtemos que as regras 24 e 25 são potencialmente contraditórias, assim como as

Tabela 1: Base de Regras

ESP \ RES	Muito Baixa	Baixa	Média	Alta	Muito Alta	Regras
Muito Baixa	B	B	B	B	B	1-5
Baixa	B	B	B	B	M	6-10
Média Baixa	B	B	B	B	M	11-15
Média	B	B	B	M	M	16-20
Média Alta	B	B	B	M	A	21-25
Alta	B	B	B	M	A	26-30
Muito Alta	B	B	M	M	A	31-35

regras 29 e 30. Para o limiar $\beta = 0,9$ foram encontradas 5 pares de regras contraditórias: 9 e 10; 14 e 15; 24 e 25; 29 e 30; 34 e 35. Veja que quanto maior o valor de β mais rigorosa é a verificação, fato já destacado na Observação 3.1.

Com base nesse estudo, foram sugeridas alterações nas regras 9, 14, 24, 29 e 34. Para cada uma dessas regras a saída foi classificada por M, M, A, A e A, respectivamente. Para essa nova base de regras, o índice de consistência também foi calculado. Os limiares $\beta = 0,5$, $\beta = 0,85$ não indicaram regras contraditórias. O limiar $\beta = 0.9$ apontou apenas as regras 19 e 24 como potencialmente contraditórias.

Em [10] foi utilizado um conjunto de dados para validar o SBRF proposto. Ainda mais, foram perfurados 4 poços artesanais baseados nesse conjunto de dados (denotados por SEV-141, SEV-146, SEV-281 e SEV-362). Tal SBRF apontou corretamente a vazão em 3 de 4 poços.

Com as alterações na base de regras sugeridas nesse artigo, o SBRF continuou com um aproveitamento de 75%. No entanto, haviam algumas incoerências no SBRF inicial. Por exemplo, o dado SEV-281 ativa as regras 19, 20, 24 e 25, que segundo o limiar $\beta = 0,85$ são contraditórias (regras 24 e 25). Enquanto que para esse mesmo valor de limiar a nova base de regras não contém tais anomalias. Vale ressaltar que os dados relativos ao poço SEV-146, para o qual o SBRF não previu corretamente a vazão, não ativaram as regras apontadas como contraditórias.

5 Conclusão

Apresentamos os conceitos básicos da teoria fuzzy, mais especificamente, o conceito de um SBRF. Através do índice de consistência é possível identificar as regras potencialmente contraditórias em um SBRF, que implicam no mau funcionamento da mesma. Utilizamos esse método em um SBRF aplicado no estudo de locais para a perfuração de poços artesanais com boas vazões [10], alvo de grandes estudos na área de geofísica [5].

Foram apontadas regras contraditórias no SBRF proposto em [10]. Indicamos alterações em 5 das 35 regras que tornaram a base de regras mais consistente e mantiveram

a eficácia de 75% do SBRF previamente proposto por Wasques.

Para trabalhos futuros, pretende-se utilizar esse método de verificação da consistência do SBRF em outros estudos que envolvem inferência fuzzy.

Referências

- [1] L. C. Barros, R. C. Bassanezi, and W. A. Lodwick. A First Course in Fuzzy Logic, Fuzzy Dynamical Systems, and Biomathematics. In *Studies in Fuzziness and Soft Computing*. Springer Berlin Heidelberg, 2017. ISSN: 1434-9922
- [2] H. Bustince, M. Pagola, and E. Barrenechea. Construction of fuzzy indices from fuzzy DI-subsethood measures: Application to the global comparison of images. *Inf. Sci.*, 177:906–929, 2007.
- [3] D. J. Dubois and H. Prade. Fuzzy sets and systems: theory and applications. *Academic press*. New York, 1980.
- [4] M. Mamdani and S. Assilian. An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller. In *J. Man-Machine Studies*, 7:1–13, 1975.
- [5] A. Oliva, Estudo Hidrofaciológico do Aquífero Rio Claro no Município de Rio Claro-SP. Tese de Doutorado, Unesp, 2006.
- [6] W. Pedrycz and F. Gomide. Fuzzy Systems Engineering: Toward Human-Centric Computing. In *John Wiley & Sons*. New Jersey, 2007.
- [7] D. D. C. Santos, J. Féres Jr, N. J. B. Pinto, R. L. Moura, K. C. Andrade, E. Esmi e P. Sussner. SBRF com Aplicações em Classificação de Risco de Endometriose, In *Book of Abstracts Fourth Brazilian Conference on Fuzzy Systems (IV CBSF)*, Campinas, São Paulo, Brasil, 2016.
- [8] H. Scarpelli, W. Pedrycz and F. Gomide. Quantification of inconsistencies in fuzzy knowledge bases. In *Proceedings of the Second European Congress on Intelligent Techniques and Soft Computing, EUFIT'94*, 3:1456–1460, 1994.
- [9] S. Viaene, G. Wets and J. Vanthienen. A synthesis of fuzzy rule-based system verification. *Fuzzy Sets and Systems*, 113:253–265, 2000.
- [10] V. F. Wasques, Lógica Fuzzy Aplicada à Geologia, Dissertação de Mestrado, Unesp, 2015.
- [11] L. A. Zadeh. Fuzzy sets. *Information and control*, 8:338–353, 1965.
- [12] L. A. Zadeh. Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes. In *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 3:28–44, 1973.