Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Deflexão de Vigas com Uso do Método de *Rayleigh-Ritz*

Eliton Voronovcz[1]
Engenharia Civil, UTFPR, Campo Mourão, PR
Adilandri Mércio Lobeiro[2]
Departamento Acadêmico de Matemática, UTFPR, Campo Mourão, PR
Henrique A. B. Mognon[3]
Engenharia Civil, UTFPR, Campo Mourão, PR
Rodrigo Hideki M. de Souza[4]
Engenharia Civil, UTFPR, Campo Mourão, PR
Silvio Ney Alves Veras[5]
Engenharia Civil, UTFPR, Campo Mourão, PR

As vigas são estruturas em barras com eixo bem definido, onde atuam de forma preponderante esforços de flexão. A viga transfere o peso das lajes e dos demais elementos (paredes, portas, etc.) para as colunas. A previsão da deflexão na viga, auxilia para seu dimensionamento, pois tem como objetivo a verificação de estado limite de serviço do elemento. Essa verificação é muito importante, pois o mínimo de deflexão que possa ser observado pelo usuário da edificação, irá causar um desconforto e insegurança, devido seu aspecto visual [1].

Para obter a solução analítica do problema mencionado não é uma tarefa muito fácil, além disso, nem todos os problemas possui uma solução analítica. Nessas situações são utilizados os métodos numéricos. Diante disto, este estudo tem como objetivo apresentar o Método de Rayleigh-Ritz como uma técnica variacional, que utiliza combinações de funções para se aproximar da solução real de deflexão de uma viga, de modo que possa ser testado a eficiência do método ao compará-lo com uma solução analítica, caso a mesma exista [2].

Assim como outros métodos variacionais, ele busca determinar os pontos críticos do conjunto de todas as funções em $C_0^2[0,1]$ que satisfazem as condições de contorno, para escolher a função que minimize certa integral. Ao descrever o Método de Rayleigh-Ritz considera-se a aproximação para a solução de contorno de dois pontos da análise de tensão em uma viga. Esse problema de contorno é descrito pela Equação Diferencial Ordinária (EDO)

$$-\frac{d}{dx}\left(p(x)\frac{dy}{dx}\right) + q(x)y = f(x), \tag{1}$$

[1]elitonvoronovcz@alunos.utfpr.edu.br
[2]alobeiro@utfpr.edu.br
[3]henriquemognon@alunos.utfpr.edu.br
[4]holimion@outlook.com
[5]silvioveras@alunos.utfpr.edu.br

Esta EDO descreve a deflexão $y(x)$ de uma viga de comprimento 1, onde $p(x)$ e $f(x)$ são as tensões adicionadas na viga e $q(x)$ é a seção transversal variável. A EDO está definida em Ω=$\{x|0 \leq x \leq 1\}$, sendo que $y(0)$=$y(1)$=0 [3].

Para um estudo de caso, considerou-se a seguinte EDO

$$-\frac{d}{dx}\left(x\frac{dy}{dx}\right) + 4y \quad = \quad 4x^2 - 8x + 1, \tag{2}$$

que possui solução analítica, $y(x)$=$x^2 - x$.

Considerando n=19, gera-se um espaçamento entre nós de h=$0,05$. Obtendo um sistema linear de 21 incógnitas e 21 equações, cuja a solução é obtida pelo método de decomposição LU. Por meio de um algoritmo implementado no software *Python*®, construiu-se a aproximação pelo Método de *Rayleigh-Ritz*, utilizando *B-splines* cúbicos, onde comparou-se com a solução analítica e verificou-se a efetividade do método.

Com os resultados obtidos para n=19, plotou-se o gráfico comparativo entre as soluções analítica e numérica, de modo que o eixo das abcissas seja [0,498; 0,502]. A diferença entre as soluções não são visíveis ao analisar o gráfico, conforme é observado na Figura 1, no entanto o erro máximo entre a solução analítica e a numérica foi de $8,88\text{x}10^{-14}\%$ em x_{15}=$0,75$.

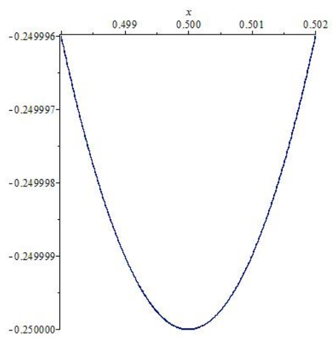

Figura 1: Solução analítica e numérica via Rayleigh-Ritz com $n = 19$.

Com baso nos resultados, verifica-se a eficiência do Método de Rayleigh-Ritz.

Agradeço à Diretoria de Pesquisa e Pós-Graduação da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, pela oportunidade de desenvolver o projeto de iniciação científica.

Referências

[1] L. C. de Almeida. *Estruturas de Concreto Armado.* UNESP, Bauru, 2008.

[2] Y. E. Rodrigues e E. B. Hauser. Implementação do Método Rayleigh-Ritz Aplicado a Um Modelo de Deflexão de Viga Usando o MATLAB, *VI Congresso internacional de ensino de matemática*, 2013.

[3] R. L. Burden e J. D. Faires. *Análise Numérica.* Pioneira Thomson Learning, São Paulo, 2003.