

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Atratores caóticos em modelos matemáticos de circuitos eletrônicos

Gustavo Vinicius de Araujo¹

Priscilla Sousa-Silva²

Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, UNESP

Câmpus de São João da Boa Vista, São João da Boa Vista, SP

Diversos sistemas físicos podem ser modelados por sistemas dinâmicos não-lineares. Em particular, circuitos eletrônicos podem ser tanto lineares quanto não-lineares. Em caso de comportamento não-linear fraco, esses circuitos podem ser aproximados por modelos lineares. No entanto, alguns circuitos eletrônicos são extremamente sensíveis às condições iniciais, isto é, aos valores iniciais de corrente e tensão, o que acaba gerando um comportamento caótico [1, 4].

Alguns circuitos eletrônicos com elementos não-lineares são descritos por equações simples, mas apresentam comportamento complexo, incluindo grande riqueza de estados dinâmicos e transições entre dinâmica regular e caótica. Assim como outros tipos de sistemas caóticos, os circuitos caóticos tem certas propriedades características, como por exemplo, sensibilidade às condições iniciais, bifurcações, expoentes positivos de Lyapunov, atratores caóticos, fractais, etc. [1, 7].

Atratores caóticos são um tipo particular de solução em sistemas caóticos. Eles possuem estrutura fractal e atraem as condições iniciais em suas bacia de atração. Um exemplo clássico deste tipo de solução é o Atrator de Lorenz. Em circuitos eletrônicos o sistema caótico mais conhecido é o Circuito de Chua, que recebeu esse nome por ter sido elaborado primeiramente por Leon O. Chua em 1984 com o propósito de simular o comportamento caótico do sistema de Lorenz [2, 5, 8].

As equações que definem o circuito de Chua são:

$$C_1 \frac{dv_1}{dt} = \frac{v_2 - v_1}{R} - i_d(v_1) \quad (1)$$

$$C_2 \frac{dv_2}{dt} = \frac{v_1 - v_2}{R} - i_l \quad (2)$$

$$L \frac{di_l}{dt} = -v_2, \quad (3)$$

onde v_1 e v_2 são as voltagens pelos capacitores C_1 e C_2 , L é a indutância, i_l é a corrente pelo indutor e i_d é a função responsável pelo comportamento caótico. Com essas equações diferenciais pode-se obter um atrator caótico conhecido como Double Scroll [5].

¹araujo.gv@hotmail.com

²priscilla.silva@unesp.br

Além do circuito caótico descrito pelas equações de Chua, existem outros circuitos que podem ser representados por mapas, como o mapa da diferença e o mapa 1-D π^* [3, 6].

Neste trabalho, vamos estudar modelos matemáticos simples de circuitos com elementos não-lineares, obtendo seus atratores caóticos numericamente, a fim de compreender os conceitos básicos do caos determinista para, posteriormente, aplicar essas ideias na pesquisa de sistemas mais realistas de interesse prático, tais como a sincronização e o controle de caos, e a criptografia caótica para comunicações seguras.

Referências

- [1] K. T. Alligood, T. Sauer, J. Yorke. *Chaos: An Introduction to Dynamical Systems*. Springer, New York, 1996.
- [2] L. O. Chua. The genesis of Chua's circuit. *Archiv fur Elektronik und Ubertragungstechnik*, 46:250–257, 1992.
- [3] M. García-Martínez, I. Campos-Cantón, E. Campos-Cantón, S. Celikovský. Difference map and its electronic circuit realization. *Nonlinear Dynamics*, 74(3):819-830, 2013.
- [4] M. J. Hasler. Electrical circuits with chaotic behavior. In: *Proceedings of the IEEE* vol.74, n.8. IEEE, New York, 1987.
- [5] R. A. O'Connel. An exploration of chaos in electrical circuits. In: *Senior Projects Spring 2016*, paper 326, 2016.
- [6] A. N. Sharkovsky, L. O. Chua. Chaos in Some 1-D Discontinuous Maps that Appear in the Analysis of Electrical Circuits. *IEEE Transactions on circuits and systems - I. Fundamental theory and applications*, 40(10):722-731, 1993.
- [7] S. Strogatz. *Nonlinear Dynamics And Chaos*. Perseus Books, Reading, 1994.
- [8] L. Torres; L. Aguirre. Inductorless Chua's circuit. *Electronics Letters*, 36(23):1915-1916, 2000.