

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Aspectos Computacionais sobre o Problema de Condução de Calor

Jordana Fernandes Costa¹
IFG, Aparecida de Goiânia, GO
Diogo Gonçalves Dias²
Áreas Acadêmicas, IFG, Aparecida de Goiânia, GO

1 Introdução

Uma equação diferencial é uma equação em que as incógnitas são funções e a equação envolve derivadas destas funções. A Equação do Calor é uma equação diferencial parcial que descreve o fluxo do calor em um corpo sólido.

O objetivo principal desse artigo é demonstrar os aspectos computacionais do problema de condução do calor. Sendo assim, os objetivos são elaborar um algoritmo, via programa computacional *Scilab*, que implementa o método de diferenças finitas na Equação do Calor, chegando em soluções aproximadas e comparar esses valores com as soluções exatas.

2 Desenvolvimento

A Equação do Calor (Equação 1) é uma equação parabólica, e é representada por:

$$\alpha^2 u_{xx} = u_t \quad (1)$$

onde u é a temperatura, em que depende da coordenada x e do instante t ; α é uma constante conhecida como difusividade térmica (Equação 2), sendo definido por:

$$\alpha^2 = \frac{k}{\rho s} \quad (2)$$

em que, k é a condutividade térmica, ρ é a densidade e s é o calor específico do material na barra.

O cálculo da solução exata dessa EDP é, geralmente, complexo e requer tempo, porém pode-se chegar a soluções aproximadas. Com isso, foi realizado um algoritmo, via programa computacional *Scilab*, em que gera o valor das temperaturas aproximadas, a partir do método das diferenças finitas, otimizando a realização da Equação do Calor, viabilizando o uso dos computadores no tratamento numérico das equações diferenciais.

¹fernandescostajordana@gmail.com

²diogodias.gd@gmail.com

3 Análise e Discussão

Assim, os dados de entrada desse algoritmo são: comprimento da barra ($L=1m$), tempo total ($T=300s$), número de intervalos do comprimento da barra ($m=10$), número de intervalos de tempo ($n=150$), constante de difusividade térmica ($\alpha = 1,153 * 10^{-4}m^2/s$) e a função que descreve a condição inicial da temperatura da barra ($f(x)=\sin(\pi x)$).

Para o cálculo das temperaturas aproximadas, a difusividade térmica utilizada foi a do cobre, mas também pode ser utilizado de outros materiais da construção civil, como gesso, água, concreto e entre outros.

Com isso, o algoritmo gera resultados aproximados da temperatura da barra uniforme isolada termicamente nas superfícies laterais. Esses resultados foram analisados e comparados com os resultados exatos da Equação do Calor, resultando em um erro aproximado de 10^{-7} , como mostra a figura abaixo.

Trecho da Barra	Temperaturas Aproximadas	Temperaturas Exatas	$ T_{ap} - T_{ex} $
0	0	0	0,0000000
0,1	0,3090049	0,3090048	0,0000001
0,2	0,5877623	0,5877621	0,0000002
0,3	0,8089854	0,8089852	0,0000002
0,4	0,9510194	0,9510191	0,0000003
0,5	0,999961	0,9999607	0,0000003
0,6	0,9510194	0,9510191	0,0000003
0,7	0,8089854	0,8089852	0,0000002
0,8	0,5877623	0,5877621	0,0000002
0,9	0,3090049	0,3090049	0,0000000
1	0	-0,0000031	0,0000031

Figura 1: Soluções Aproximadas e Exatas da Equação do Calor

4 Conclusões

Com isso, conclui-se que os objetivos desse artigo foram alcançados. O algoritmo proposto foi implementado no programa computacional *Scilab*, em que a Equação do Calor foi otimizada através do método de diferenças finitas, gerando valores aproximados das temperaturas em diferentes tempos e seções da barra uniforme isolada termicamente. Esses valores foram comparados com os valores exatos, obtidos pela resolução da equação diferencial parcial, obtendo um erro muito pequeno. Dessa forma, os aspectos computacionais do problema da condução de calor foram demonstrados.

Referências

- [1] W. E. Boyce, R. C. Diprima. Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno. 9 Edição. Rio de Janeiro: Editora LTC, 2010.
- [2] R. L. Burden, J. D. Faires. Numerical Analysis. 9 Edição. Editora Brooks/Cole, 2010.
- [3] D. G. Zill, M. R. Cullen. Equações Diferenciais: Vol. 1 e 2. 3 Edição. São Paulo: Makron Books, 2001.