Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 6, n. 2, 2018.

Trabalho apresentado no XXXVIII CNMAC, Campinas - SP, 2018.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

---

Análise de um Modelo Predador Presa com Predação Estágio-Seletiva via EDEs

Carlos Eduardo Hirth Pimentel[1]

Programa Interinstitucional de Pós Graduação em Estatística, USP/UFSCar, São Carlos, SP

Pablo Martin Rodriguez[2]

Departamento de Matemática Aplicada e Estatística, Instituto de Ciências Matemáticas e Computacionais, USP, São Carlos, SP

A análise e simulações de modelos do tipo presa predador (que em síntese modelam interações entre especies) motivam um enorme interesse em diversas áreas como: biomatemática, ecologia, entre outras. Os modelos mais simples do tipo presa predador foram propostos independentemente pelos trabalhos pioneiros de Alfred Lotka e Vito Volterra e desde então, diversos trabalhos empregando esses modelos foram publicados na literatura e em grande parte, empregando abordagens via EDOs. As equações diferenciais estocásticas EDEs [2], são uma alternativa interessante, pois possibilitam considerar perturbações estocásticas nos parâmetros do modelo determinístico, obtendo deste modo, modelos mais realistas. O modelo proposto em [1] exibe características importantes, entre elas, considera-se a história de vida da presa subdividida em dois estágios, denominados de jovem e adulto. A população de presas no estágio jovem é regulada pela maturação, que é dependente da disponibilidade de alimento no seu habitat e as presas adultas pela sobrevivência ao ataque de predadores. A população de predadores, por sua vez, possui uma seletividade específica e se alimenta exclusivamente das presas adultas. A dinâmica desse sistema é complexa, apresentando efeito Allee emergente e bifurcação do tipo sela entre outras características analisadas deterministicamente em [1]. Neste trabalho temos como objetivo estudar a existência e estabilidade deste sistema por meio de EDEs.

De acordo ao sistema descrito em [1] (considerando a taxa $\epsilon = 1$) x_1, x_2 representam respectivamente as densidades de presas jovens e adultas e x_3 a densidade de predadores. O modelo determinístico é dado então pelo seguinte sistema dinâmico (1). Onde o parâmetro b representa a taxa de nascimento de jovens, μ_1, μ_2, μ_3 são respectivamente as taxas de mortalidade das presas jovens, adultas e dos predadores e $\dfrac{x_1}{1+x_1^2}$ representa a taxa de maturação dos jovens em adultos.

---

[1]carlos.pimentel@usp.br

[2]pablor@icmc.usp.br

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} &= bx_2 - \dfrac{x_1}{1+x_1^2} - \mu_1 x_1 \\ \dfrac{dx_2}{dt} &= \dfrac{x_1}{1+x_1^2} - \mu_2 x_2 - x_2 x_3 \\ \dfrac{dx_3}{dt} &= x_3(x_2 - \mu_3) \end{cases} \tag{1}$$

De modo sucinto, as EDEs são processos estocásticos a tempo continuo $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^d$ cuja solução pode ser expressa na forma:

$$d\mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), t)dt + \mathbf{g}(\mathbf{x}(t), t)dB(t) \tag{2}$$

Onde$B(t)$ é um movimento Browniano padrão, a função $\mathbf{f}(\mathbf{x}(t), t)$ é denominada coeficiente de desvio e $\mathbf{g}(\mathbf{x}(t), t)$ é o coeficiente de difusão. Para mais detalhes, o leitor pode consultar: [2], [3], [4].

Considerando a taxa de mortalidade do predador μ_3 suscetível a uma variabilidade ambiental equivalente a uma perturbação de maneira que: $\hat{\mu_3} = \mu_3 + \dot{B}(t)$ em (1), resulta no sistema (3)

$$\begin{cases} dx_1 &= (bx_2 - \dfrac{x_1}{1+x_1^2} - \mu_1 x_1)\ dt \\ dx_2 &= (\dfrac{x_1}{1+x_1^2} - \mu_2 x_2 - x_2 x_3)\ dt \\ dx_3 &= x_3(x_2 - \mu_3)\ dt - x_3\ dB(t) \end{cases} \tag{3}$$

O sistema (3) pode ser rescrito na forma vetorial (2) o que permite a análise de unicidade, existência de solução e condições de equilíbrio deste modelo.

Referências

[1] A. M. D. Roos, L. Persson and T. V. Kooten. Bistability and an allee effect as emergent consequences of stage-specific predation, J. Theoret. Biol., 237:67-74, 2005.

[2] X. Mao. *Stochastic Differential Equations and Applications,* Elsevier Science, 2007. ISBN: 9780857099402.

[3] M. J. Panik. *Stochastic Differential Equations: An Introduction with Applications in Population Dynamics Modeling,* John Wiley & Sons Inc., 2017. DOI:10.1002/9781119377399.

[4] V. Capasso and D. Bakstein. *An Introduction to Continuous-Time Stochastic Processes: Theory, Models and Applications in Finance Biology and Medicine,* Birkhäuser, 2005.