

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Tumores Sólidos Localizados: Uma Abordagem Via Simetrias de Lie

Altemir Bortuli Junior¹

Igor Leite Freire²

Norberto Anibal Maidana³

Centro de Matemática, Computação e Cognição, UFABC

O câncer é um processo complexo e multiescalar, no qual as mutações genéticas que ocorrem a nível subcelular se manifestam como mudanças funcionais na escala celular e tecidual. Na busca de uma melhor compreensão de como ocorrem o crescimento e desenvolvimento do câncer, abordagens via modelagem matemática vêm sendo usadas, pois possibilitam integrar múltiplas variáveis de interação e prever de forma dinâmica como essas variáveis mudam no espaço e no tempo. Uma gama de técnicas usadas na modelagem do câncer são descritas em [2]. Em especial, em [1] foi proposto um modelo matemático de crescimento de tumor sólido em estágio avascular que descreve a dinâmica de interação entre a densidade de células tumorais (N), a densidade da matriz extracelular ECM (E) e a concentração de enzimas degradantes da matriz MDEs (M). Para o desenvolvimento do modelo em [1] foi assumido o seguinte:

- as células tumorais produzem MDEs que degradam a ECM localmente, criando um espaço para que as células tumorais possam se mover por simples difusão, com coeficiente de difusão D_N . Além disso, a degradação provocada pelo câncer leva à reorganização da rede de proteínas que formam a ECM, o que promove a migração de células tumorais nesta direção. Para descrever este movimento direcionado de células tumorais foi considerado o fluxo haptotático, com coeficiente haptotático ρ ;
- as MDEs degradam a ECM por contato e, conseqüentemente, o processo de degradação foi modelado pela lei de ação das massas, com constante de degradação δ ;
- as MDEs são produzidas por células tumorais à uma taxa μ , se difundem em todo o tecido com coeficiente de difusão D_M e decaem linearmente à uma taxa λ .

De acordo com o que foi descrito, o sistema de equações que descreve as interações

¹altemirbortulijunior@hotmail.com

²igor.freire@ufabc.edu.br

³norberto.maidana@ufabc.edu.br

entre as células tumorais, ECM e MDEs pode ser escrito como

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial N}{\partial t} = D_N \nabla^2 N - \rho \nabla \cdot (N \nabla E), \\ \frac{\partial E}{\partial t} = -\delta M E, \\ \frac{\partial M}{\partial t} = D_M \nabla^2 M + \mu N - \lambda M, \end{array} \right. \quad (1)$$

em que D_N , D_M , ρ , δ , μ e λ são constantes positivas. Como domínio do sistema foi considerada a região limitada Ω , região do tecido, com condições iniciais apropriadas para cada variável. Uma vez que as células tumorais e as MDEs permanecem dentro do domínio, o tecido em questão, condições apropriadas de contorno também são impostas em $\partial\Omega$, fronteira de Ω .

A análise do modelo em [1] foi numérica, por meio de simulações. Já o nosso foco é o estudo do modelo do ponto de vista de simetrias de Lie, cujos aspectos teóricos podem ser encontrados em [3, 4]. Em especial, nossos esforços são direcionados a encontrar os grupos de simetrias de Lie associados ao modelo (1) e analisar quais são os parâmetros mais importantes para o modelo do ponto de vista de simetrias, o que nos dará informações de quais parâmetros são imprescindíveis na modelagem do câncer. Por fim, estudaremos soluções invariantes para o sistema (1).

Agradecimentos

O primeiro autor agradece à UFABC pelo apoio financeiro. O segundo autor agradece ao CNPq (processos 404912/2016-8 e 308516/2016-8) pelo auxílio financeiro.

Referências

- [1] A. R. A. Anderson, M. A. J. Chaplain, E. L. Newman, R. J. C Steele and A. M. Thompson. Mathematical modelling of tumour invasion and metastasis, *J. Theor. Biol.*, 2:129–154, 2000.
- [2] P. M. Altrock, L. L. Liu and F. Michor. The mathematics of cancer: integrating quantitative models, *Nat. Rev. Cancer*, 15:730–745, 2015.
- [3] G. Bluman, A. Cheviakov, and S.C. Anco. *Applications of Symmetry Methods to Partial Differential Equations*. Springer, New York, 2010.
- [4] N. H. Ibragimov. *Elementary Lie group analysis and ordinary differential equations*. John Wiley and Sons, United Kingdom, 1999.