Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Uma comparação entra a Transformada de Fourier e a Transformada de Fourier para Grafos

Gustavo S. Carnivali[1]
Laboratório Nacional de Computação Científica , LNCC, Petrópolis, RJ

1 Introdução

A Transformada de Fourier pode ser interpretada como uma função que identifica diferentes frequências senoidais que definem uma série [2]. A transformada já foi aplicada a diversos contextos e possui várias aplicações [5]. Recentemente, uma Transformada de Fourier para grafos (GDFT) foi produzida e, sua formulação e aplicações têm sido estudadas [6]. Um grafo é uma estrutura composta por pontos que podem estar conectados, convenientemente, podem ser utilizados para representar várias relações do mundo real [1].

Um grafo pode ser representado por uma matriz de valores reais, a qual pode-se aplicar a Transformada de Fourier para duas dimensões (DFT2D). Sendo possível aplicar as duas transformadas em um grafo (DFT2D e GDFT), é de interesse saber o que as duas possuem de diferente. Vários fatores podem direcionar a aplicação de uma transformada em relação a outra. Por exemplo, sabe-se que a DFT possui uma versão rápida (FFT) [7], enquanto o mesmo não ocorre para a DFTG, assim sendo, caso o interesse seja unicamente a velocidade, a DFT é a transformada mais indicada.

Neste trabalho, serão comparadas as capacidades das duas transformações em compactar a energia de um grafo, isso é, a eficácia de guardar todos os dados do grafo em poucos coeficientes. Isso permite que coeficientes com valores pequenos possam ser zerados, gerando pouco erro e tornando sua representação mais compacta. Tal propriedade é muito utilizada na Transformada de Fourier, principalmente em filtros e compactação [4].

Foram gerados 7 grafos diferentes, 4 aleatórios e 3 Barabasianos (i.e., livre de escala). Tais grafos, são reconhecidos por conseguirem representar várias redes reais [1]. Todos os grafos possuem 1000 vértices e uma quantidade de arestas variável. Possuindo 1000 vértices, a matriz de adjacência que os representa possui tamanho 1000×1000, e a transformada de Fourier (DFT ou GDFT) que representa esses grafos 1.000.000 coeficientes. Para os testes serão mantidos os 200.000 maiores coeficientes de cada grafo.

Será calculado a divergência de Kullback-Leibler entre a matriz original e a matriz reconstruída pelas transformadas após a remoção dos coeficientes. Essa divergência irá avaliar o quanto a remoção de coeficientes alterou a reconstrução da matriz original analisando a diferença entre elas. Duas variações da divergência serão utilizadas: uma que

[1]carnivali@lncc.br

considera uma avaliação sobre a matriz (será chamada de D1), na qual a probabilidade da divergência será dada pelas probabilidades dos valores na matriz de adjacência (0 = sem aresta ou 1 = com aresta). E outra que considere a estrutura do grafo (será chamada de D2), na qual a probabilidade da equação considera a probabilidade de existir um vértice com determinado grau (i.e., número de arestas) no grafo.

Grafo	Arestas	DFT D1	GDFT D1	DFT D2	GDFT D2
Barabási 1	19462	1014	**317**	**33**	46
Barabási 2	30747	1168	**595**	10	**7**
Barabási 3	49367	1571	**1024**	6	**4**
Aleatório 1	134721	1078	**107**	11	**5**
Aleatório 2	225371	9779	**204**	8	**5**
Aleatório 3	376327	13587	**1586**	7	**4**
Aleatório 4	578044	60964	**6807**	7	**5**

Os resultados mostram que a GDFT obteve resultados menores de divergência em ralação a DFT para as duas divergências, isso significa, que a GDFT conseguiu preservar mais informações do grafo em poucos coeficientes.

Vários outros fatores podem determinar a utilização de uma transformada em uma aplicação. Neste estudo foi apresentado uma rápida comparação entre a eficiência em compactar informações de um grafo para duas métricas de comparabilidade. Outros trabalhos podem evidenciar distintas propriedades comparativas das transformações e aprofundar mais sobre a comparação aqui feita, com grafos e divergências diferentes.

Referências

[1] Barabási, Albert-László, and Eric Bonabeau. Scale-free networks. Scientific american 288.5 2003

[2] Bracewell, Ronald Newbold, and Ronald N. Bracewell. The Fourier transform and its applications. Vol. 31999. New York: McGraw-Hill, 1986.

[3] El Gamal, Abbas, and Young-Han Kim. Network information theory. Cambridge university press, 2011.

[4] Khayam, Syed Ali. The discrete cosine transform (DCT): theory and application. Michigan State University 114, 2003.

[5] Rao, Kamisetty Ramamohan, Do Nyeon Kim, and Jae Jeong Hwang. Fast Fourier transform-algorithms and applications. Springer Science Business Media, 2011.

[6] Shuman, David I., et al. The emerging field of signal processing on graphs: Extending high-dimensional data analysis to networks and other irregular domains. IEEE Signal Processing Magazine 30.3 2013.

[7] Walker, James S. Fast fourier transforms. Vol. 24. CRC press, 1996.