

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Sobre um Problema de Identificação de Parâmetros na Equação de Euler-Bernoulli

Elisa Ferreira Medeiros¹

Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional - FURG, RS

Adriano De Cezaro²

Instituto de Matemática, Estatística e Física, FURG, RS

As vigas constituem um dos principais elementos estruturais responsáveis pela sustentação em projetos de engenharia. São barras longas e retas que suportam carregamentos aplicados perpendicularmente a seu eixo longitudinal [1]. Existem muitas contribuições na literatura, no que diz respeito ao estudo das vigas, principalmente, sob a vertente mais prática das engenharias.

Por outro lado, dado o crescente custo e complexidade dos materiais envolvidos e da importância de se obter resultados de confiabilidade dessas estruturas sem a utilização de testes destrutivos, houve uma crescente necessidade de análises teóricas matemáticas/computacionais do comportamento das vigas. Tal abordagem visa a determinação de falhas/corrosões nas estruturas, estudadas a partir de medidas indiretas das quantidades envolvidas, sem a utilização de testes destrutivos.

Com relação ao problema em questão, assumimos que a deflexão da viga é modelada pela equação de Euler-Bernoulli [1] com algumas hipóteses simplificadoras.

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(a(x) \frac{d^2 u}{dx^2}(x) \right) = f(x) \quad 0 < x < L, \quad (1)$$

onde L é o comprimento da viga, $f(x)$ representa a distribuição de forças transversais, $a(x)$ é o coeficiente de rigidez e $u(x)$ a deflexão. Associadas a equação (1) estão as condições iniciais e de contorno apropriadas.

1 Problema de identificação do coeficiente de rigidez

Neste trabalho estamos interessados no problema de identificação do coeficiente de rigidez da viga $a(x)$ a partir de medidas da deflexão u (solução de (1)). Tal problema se enquadra na teoria dos chamados problemas inversos de identificação, e.g. [2–4].

Uma característica dos problemas inversos (em particular o problema de identificação do coeficiente de rigidez em uma viga), é que estes são mal-postos no sentido de Hadamard [2, 3]. Segundo Hadamard, um problema é dito bem-posto se cumpre todos os requisitos

¹fm.elisa@hotmail.com.br

²adrianocezaro@furg.br

a seguir: i) o problema possui uma solução; ii) a solução é única; iii) a solução depende continuamente dos dados iniciais, dos parâmetros da equação. Caso contrário o problema é dito ser mal-posto. Para o problema inverso de identificação do coeficiente $a(x)$ em (1) a partir de medidas de u solução de (1), o problema é conhecido por não satisfazer o item iii) acima. Portanto é mal-posto.

1.1 Estado da arte: Resultados de unicidade para o problema de identificação

Nosso interesse está principalmente no resultado relativo a unicidade para o problema de identificação. Em [4], uma fórmula é obtida para identificar $a(x)$ constante por partes, a partir de $u(x)$. No entanto, a estratégia adotada em [4] pressupõem que sejam conhecidos exatamente o local onde $a(x)$ muda de valor. Isso é inconsistente com o caso prático. Além do mais, a fórmula envolve derivadas de u . Tal problema é sabido ser mal-posto no sentido de Hadamard [2].

Em [3], um resultado de unicidade para o problema de identificação de $a(x)$ a partir do conhecimento de u é apresentado. Tal resultado é válido para coeficientes que sejam pelo menos de classe C^1 em todos os pontos da viga.

1.2 Diferencial de nossa proposta

Nossa contribuição: Nossa proposta difere dos trabalhos que conhecemos na literatura no sentido de obter resultados de unicidade para o coeficiente de rigidez da viga, utilizando hipóteses mínimas com relação a suavidade do mesmo, para o qual, um coeficiente constante por partes possa ser incluído.

Além disso, o problema inverso de identificar o parâmetro de rigidez da viga a partir de medidas da deflexão é um problema instável com relação aos ruídos nas medidas. Por isso, para dados medidos será necessário utilizar de técnicas de aproximação da solução do problema inverso conhecidas como métodos de regularização com o propósito de obtermos soluções estáveis com relação as medidas e que ainda privilegiem soluções com características especiais, como por exemplo, constantes por partes.

Referências

- [1] R. C. Hibbeler. *Resistência dos Materiais*. Pearson Prentice Hall, São Paulo, 2010.
- [2] A. Kirsch. *An introduction to the mathematical theory of inverse problems*. Springer Science & Business Media, 2 ed, 2011.
- [3] D. Lesnic, L. Elliott and D.B. Ingham, Analysis of coefficient identification problems associated to the inverse Euler-Bernoulli beam theory, *IMA journal of applied mathematics*, 62:101–116, 1999.
- [4] T. T. Marinov and A. S. Vatsala, Inverse problem for coefficient identification in the Euler-Bernoulli equation, *Computers & Mathematics with Applications*, 56:400–410, 2008.