Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Otimização do Ganho e Posicionamento de Sensores Para o Controle de Vibrações em Estruturas

Hélio Jacinto da Cruz Neto[1]
Escola de Engenharia de São Carlos, USP, São Carlos, SP
Marcelo Areias Trindade[2]
Escola de Engenharia de São Carlos, USP, São Carlos, SP

Estruturas flexíveis estão sujeitas a excitações desconhecidas que podem causar danos. Para lidar com este problema pode-se aplicar o controle ativo, que consiste em modificar a resposta da estrutura utilizando sensores, atuadores e um sistema de controle. No caso em que o sistema possui múltiplas entradas e saídas e pode ser descrito através de equações lineares, é possível utilizar o regulador linear quadrático (LQR) para o projeto do controlador. Além de otimizar uma função custo dada por uma relação de compromisso entre desempenho e esforço, a lei de controle obtida proporciona outras propriedades relevantes para o sistema, como margens de fase e ganho consideráveis e robustez [1]. No entanto, a aplicação desta técnica é limitada devido a necessidade de medição de todos os estados do sistema. Uma forma de lidar com este problema consiste no uso de um observador para estimar os estados não medidos, mas esta também possui contratempos, já que a dimensão do sistema é dobrada, a estrutura do controlador torna-se complexa e incluem-se atrasos temporais. Uma outra alternativa consiste em manter o funcional quadrático como função custo com a restrição de usar somente o sinal medido para realimentação.

Em um trabalho anterior [2], estudou-se esta técnica considerando o ganho e as posições dos sensores como variáveis de otimização. Determinaram-se as condições necessárias de otimalidade, e mostrou-se que ambas variáveis são dependentes da condição inicial do sistema. Como alternativa à metodologia usual de lidar com esta dependência, sugerida em [3], propôs-se uma abordagem baseada na otimização para o pior caso de um conjunto de condições iniciais mais prováveis para o sistema. Estas metodologias foram comparadas e verificou-se que a segunda poderia proporcionar melhores resultados. No presente artigo, propõe-se uma nova abordagem, que possui a vantagem de não ser necessário especificar nada sobre a condição inicial. Esta é baseada em otimizar a razão entre a funções custo do controle com realimentação de saída e de um LQR com desempenho satisfatório, considerando a condição inicial que maximiza esta razão:

$$\min_{(\xi,K)} \max_{\boldsymbol{x}_0} \frac{\boldsymbol{x}_0^\mathsf{T} P_s(\xi,K)\boldsymbol{x}_0}{\boldsymbol{x}_0^\mathsf{T} P_l \boldsymbol{x}_0} \tag{1}$$

[1]helio.neto@usp.br
[2]trindade@sc.usp.br

Em que (ξ, K) representam as posições e ganhos dos sensores, $\boldsymbol{x}_0$ é a condição inicial e os subscritos s e l referem-se ao controle de saída e LQR. Baseado em argumentos semelhantes ao método de Rayleigh [4], mostrou-se a condição inicial que maximiza a razão entre estas funções custo é dada pelo autovetor associado ao maior autovalor de um problema de autovalor generalizado equivalente ao de um sistema mecânico, em que as matrizes de massa e rigidez são substituídas pelas matrizes P_l e P_s, respectivamente.

Esta metodologia foi aplicada para o controle de uma viga engastada-livre de aço $(E = 200\,GPa, \rho = 7860\,kg/m^3)$, de comprimento $300\,mm$, largura $30\,mm$ e altura $3\,mm$. O modelo foi obtido através do método de Rayleigh-Ritz, utilizando as hipóteses de Euler-Bernoulli. Truncando para os 10 primeiros modos obteve-se uma faixa de frequências de $7kHz$. Consideraram-se sensores pontuais de velocidade cuja inércia e rigidez poderia ser desprezada. Comparam-se as abordagens de Levine-Athans e a proposta neste artigo considerando um par de sensor e atuador colocalizados na extremidade da viga, pois esta otimização é convexa e há garantia da obtenção do ótimo global. A máxima diferença para a função custo em relação ao LQR foi calculada para a abordagem usual [3], denominada L-A, e para a proposta neste artigo, denominada *minmax*. Os resultados obtidos estão indicados na Tabela 1. A abordagem também foi aplicada para um caso com dois sensores, para o qual obteve-se uma uma máxima diferença para o LQR de somente $0,89\%$. Este resultado revela um desempenho notável do método, pois, mesmo considerando o pior caso, com somente 2 sensores foi possível obter praticamente o mesmo desempenho do LQR, que neste caso neste caso necessitaria de 20 sensores.

Tabela 1: Comparação entre as abordagens *minmax* e L-A.

N° Sensores	Abordagem	Ganhos	Posições (mm)	Máxima diferença para LQR
1	L-A	$k = 0,89$	$\xi = 300,0$	$165,30\%$
	minmax	$k = 2,51$	$\xi = 300,0$	$18,62\%$
2	*minmax*	$k_1 = 3,08$ $k_2 = 1,54$	$\xi_1 = 282,8$ $\xi_2 = 300,0$	$0,89\%$

Referências

[1] R. Freeman and P. V. Kokotovic. *Robust nonlinear control design: state-space and Lyapunov techniques.* Springer Science & Business Media, 2008.

[2] H. J. Cruz Neto and M. A. Trindade. Optimal placement of sensors for the output feedback control of structures using quadratic performance criterion, *24th ABCM International Congress of Mechanical Engeneering*, 2017.

[3] W. Levine and M. Athans. On the determination of the optimal constant output feedback gains for linear multivariable systems, *Automatic Control, IEEE Transactions on*, v.15, n. 1, p. 44-48, 1970.

[4] L. Meirovitch. *Principles and techniques of vibrations.* Prentice Hall New Jersey, 1997.