

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Importância de métodos de solução de sistemas lineares no chamado método variacional para controle ótimo sem observação da variável de salto

Junior R. Ribeiro¹

Eduardo F. Costa²

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, USP, São Carlos, SP

1 Resumo

Sistemas lineares na forma $Hg = b$ surgem em várias aplicações, como em controle ótimo. Por exemplo, têm sido tratados sistemas dinâmicos cujos parâmetros podem variar abruptamente e de forma aleatória a cada instante de tempo discreto $k \geq 0$, formando os chamados problemas de controle ótimo com saltos, sendo estes saltos comumente modelados por uma cadeia de Markov. A complexidade deste tipo de problema aumenta quando os saltos não são observados, o que ocorre em várias aplicações nas quais é difícil/caro medi-los. No caso em que o sistema é linear e a função objetivo (F.O.) é quadrática (vide [1, eqs. 2.11–2.26] para a formulação completa), um dos algoritmos desenvolvidos é inspirado em métodos variacionais ([3,4]), o qual transforma o problema original em uma série de sistemas $Hg = b$ (vide [1, eq. 3.5]). Embora o algoritmo variacional tenha sido estudado e algumas variantes desenvolvidas, como em [1], ainda não há um estudo cuidadoso sobre a relevância do sistema $Hg = b$ e do algoritmo empregado para resolvê-lo, dado que já se detectou diversas vezes um mau condicionamento para esse sistema (maior que 10^6).

Procuramos preencher essa lacuna testando alguns dos métodos³ mais usados para resolver o sistema $Hg = b$. Os métodos com melhores resultados tiveram seus *perfis de desempenho* ([2]) levantados com base em 1000 instâncias aleatórias, ilustrados na Figura 1.

Os testes incluíram métodos nativos do MATLAB: *mldivide*, *bicg*, *pinv* e *inv*. Entre os implementados por nós, temos: método iterativo de gradientes conjugados (denotado por *slCGrad*); método de gradientes conjugados com um refinamento usando o método iterativo de gradientes (denotado por *slGrad*); um método que constrói uma base de direções conjugadas usando ortogonalização de Gram-Schmidt (denotado por *slCDir*); outro que usa rotações ortogonais de Givens até que o sistema seja diagonal dominante (para convergência) e então usa o método iterativo de Jacobi-Richardson⁴ (denotado por *JacRich*)⁵.

¹jrodrib@usp.br

²efcosta@icmc.usp.br

³Implementados em Matlab R2017a em um Windows Intel Core i7-4930K 64Gb 3,4GHz x64bits.

⁴Todos os métodos iterativos utilizaram condição inicial g_0 nula.

⁵Por brevidade, os perfis apresentados são dos seis melhores métodos.

Todos os testes foram repetidos usando um tipo de condicionador que garante que a F.O. associada ao controlador seja menor que aquela associada ao controlador trivial ($g = 0$). Os resultados usando este esquema são marcados com “on”, senão, “off”.

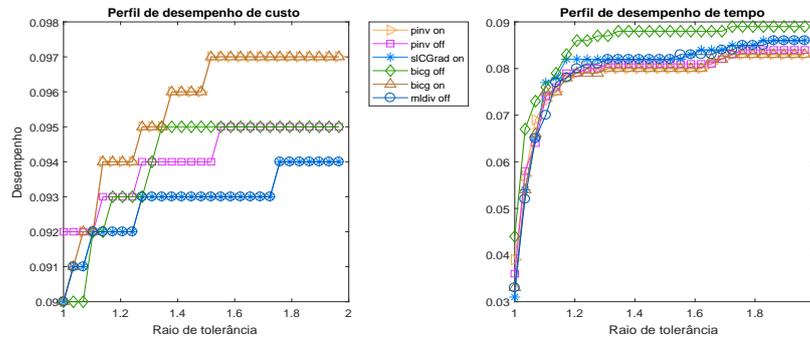


Figura 1: Perfis de desempenho dos 6 melhores métodos em relação ao valor da F.O. e tempo de computação respectivamente.

Conclusões

Pela boa separação entre os perfis, nota-se uma grande importância do método escolhido para o sistema $Hg = b$. Os resultados permitem concluir que o método *pinv off* obteve 9,2% melhor desempenho em otimalidade e os métodos *bicg on* e *pinv on* obtiveram 9,7% melhor desempenho em subotimalidade em até o dobro do valor ótimo de F.O. O método *bicg off* obteve o melhor tempo. Os métodos *JacRich* e *inv* tiveram os piores desempenhos, com otimalidade em menos de 2%, tanto *on* como *off*.

Agradecimentos

À bolsa de mestrado PICME da CAPES, processo N° 9725190/M, às bolsas CNPq-PQ 311290/2013-2 e 310877/2017-2 e ao auxílio FAPESP 2017/20934-9.

Referências

- [1] D. C. Bortolin. Métodos numéricos para o controle linear quadrático com saltos e observação parcial de estado, Dissertação de Mestrado, ICMC-USP (2012). DOI: [10.11606/D.55.2012.tde-28032012-151127](https://doi.org/10.11606/D.55.2012.tde-28032012-151127).
- [2] N. Gould and J. Scott. A Note on Performance Profiles for Benchmarking Software, *ACM Transactions on Mathematical Software* 43(2): 15:1–15:5, 2016. DOI: [10.1145/2950048](https://doi.org/10.1145/2950048).
- [3] J. B. R. do Val and T. Başar. Receding horizon control of jump linear systems and a macroeconomic policy problem, *Journal of Economics Dynamics and Control* 23(8): 1099–1131, 1999. DOI: [10.1016/S0165-1889\(98\)00058-X](https://doi.org/10.1016/S0165-1889(98)00058-X).
- [4] A. do N. Vargas, E. F. Costa and J. B. R. do Val. *Advances in the control of Markov jump linear systems with no mode observation*. [S.l.]: Springer International Publishing, 2016. pp. 1–48. DOI: [10.1007/978-3-319-39835-8](https://doi.org/10.1007/978-3-319-39835-8).