

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Simetrias de uma família de sistemas de equações

Igor Leite Freire¹

Centro de Matemática, Computação e Cognição, UFABC

Bruno Rogério Locatelli²

Centro de Matemática, Computação e Cognição, UFABC

Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia, UFGD

Consideremos a família a 1-parâmetro de operadores [1]

$$\Delta_{\mathcal{B}} = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + r^{2\gamma} \frac{\partial^2}{\partial \rho^2}.$$

Neste trabalho consideramos a seguinte classe de sistemas:

$$\begin{cases} \Delta_{\mathcal{B}}u = v^p, \\ \Delta_{\mathcal{B}}v = u^q, \end{cases} \quad (1)$$

em que $u = u(r, \rho)$, $v = v(r, \rho)$ e $p, q \notin \{0, 1\}$.

Este sistema, por sua vez, possui estrutura variacional, ou seja, ele nada mais é que as equações de Euler-Lagrange obtidas do funcional

$$J[u, v] = \int_{\Omega} (\nabla_{\mathcal{B}}u \cdot \nabla_{\mathcal{B}}u + F(u) + G(v)) dx,$$

em que Ω é um domínio conveniente de \mathbb{R}^2 , $F'(u) = u^p$, $G'(v) = v^q$ e

$$\nabla_{\mathcal{B}} = \left(\frac{\partial}{\partial r}, r^{\gamma} \frac{\partial}{\partial \rho} \right)$$

é uma generalização a 1-parâmetro do operador gradiente.

Neste trabalho apresentaremos resultados acerca do sistema (1) utilizando as técnicas da grupo-análise [2, 4]. Mais especificamente, exporemos os seguintes resultados acerca do sistema (1):

- suas simetrias de Lie, ou seja, transformações agindo no espaço de coordenadas (r, ρ, u, v) deixando invariantes suas soluções;
- suas simetrias de Noether, ou seja, transformações preservando os funcionais de ação;

¹igor.freire@ufabc.edu.br

²bruno.locatelli@ufabc.edu.br / brunolocatelli@ufgd.edu.br

- suas correspondentes leis de conservação, o que nos dão propriedades importantes acerca das soluções do sistema.

Cabe destacar que (1), com $\gamma = 0$, é um sistema do tipo Lane-Emden em dimensão 2, veja [3]. Este trabalho, portanto, generaliza os resultados apresentados em [3] com respeito a simetrias de Lie e suas consequências.

Agradecimentos

O segundo autor agradece à UFGD pelo afastamento concedido para cursar o doutorado. O primeiro autor agradece ao CNPq (processos 404912/2016-8 e 308516/2016-8) pelo auxílio financeiro.

Referências

- [1] L. D'Ambrosio. Hardy Type Inequalities Related to Degeneration Elliptic Differential Operators. *Ann. Scuola Norm. Pisa CL. Sci.*, 4:451-486, 2005.
- [2] G. W. Bluman and S. Anco, *Symmetry and Integration Methods for Differential Equations*, Applied Mathematical Sciences, Springer, 154, 2002.
- [3] Y. Bozhkov and I. L. Freire, Symmetry analysis of the bidimensional Lane Emden systems, *J. Math. Anal. Appl.*, 388:1279-1284, 2012.
- [4] N. H. Ibragimov, *Elementary Lie Group Analysis and Ordinary Differential Equations*, John Wiley and Sons, 1999.