

**Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**

---

## Uso de uma Geometria Quase-Elíptica na Modelagem do Processo de Torrefação do Café.

Paulo C. Carmona T.<sup>1</sup>

Programa de Maestría en Biomatemáticas, Grupo SIGMA, Universidad del Quindío – Colombia

Rosa M. Méndez P.<sup>2</sup>

Programa de Licenciatura en Matemáticas, Grupo SIGMA, Universidad del Quindío – Colombia

Óscar E. Molina D.<sup>3</sup>

Programa de Licenciatura en Matemáticas, Grupo SIGMA, Universidad del Quindío – Colombia

### Resumo

O processo de torrefação de café é um dos elementos mais importantes que afeta a qualidade final da xícara, pois afeta os atributos (acidez, aroma, adstringência e corpo) dos grãos verdes. Neste trabalho apresentamos um modelo matemático que permite estabelecer a temperatura e a umidade do grão durante o processo de torrefação, considerando uma geometria quase-elíptica para o grão. Além disso, realizamos algumas simulações computacionais para validar o modelo estabelecido.

Para representar matematicamente o processo de torrefação, diferentes trabalhos de pesquisa foram realizados até hoje, principalmente orientados a estudar o modo como a temperatura e a umidade do grão variam em função do tempo.

Nos artigos de Valdovinos et. al [3] e Heyd et. al [4], o grão de café foi considerado de forma esférica, uma vez que a variedade Robusta (*Coffea Canéphora*) é semelhante a uma esfera. No entanto, no nível da Colômbia, a variedade cultivada é do tipo Arábica (*Coffea Arábica*), que é mais como uma elipse.

Explicitamente, a temperatura (transferência de calor) é estudada pelo modelo:

$$\begin{cases} \rho(C_m + C_a M) \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right] \\ T(0, r) = T_0(r) \equiv \text{constante;} \end{cases} \quad (1)$$

onde  $T \equiv T(r, t)$  é a temperatura de grão do raio  $r$  no tempo  $t$ ,  $\rho$  a densidade da matéria seca,  $C_m$  a condutividade térmica da matéria seca,  $C_a$  a condutividade térmica da água,  $\lambda$  a condutividade térmica do grão e  $T_0$  a temperatura inicial do grão.

---

<sup>1</sup>paulocct@uniquindio.edu.co

<sup>2</sup>rosamendez@uniquindio.edu.co

<sup>3</sup>omolina@uniquindio.edu.co

Para a umidade (transferência de matéria) no grão de café, o seguinte modelo é estabelecido:

$$\begin{cases} \frac{\partial M}{\partial t} = D \left[ \frac{\partial^2 M}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial M}{\partial r} \right] \\ M(0, r) = M_0(r) \equiv \text{constante;} \end{cases} \quad (2)$$

onde  $M \equiv M(r, t)$  representa a umidade do grão de raio  $r$  no tempo  $t$ ,  $D$  a difusividade da água e  $M_0$  de umidade inicial do grão.

Como os modelos de temperatura e umidade discutidos acima correspondem essencialmente à equação de difusão de simetria esférica, são propostos um par de modelos similares com coordenadas quase-elípticas que são resolvidos pelo Método de Diferenças Finitas de acordo com a mudança de variáveis dada por:

$$\begin{cases} x = kr \cos \theta \\ y = r \sin \theta \end{cases} \quad \text{com } r > 0 \text{ e } 0 \leq \theta \leq 2\pi,$$

onde o parâmetro  $k > 0$  representa o coeficiente de correlação entre comprimento e largura de grão.

## Referências

- [1] G. Budryn, E. Nebesny, D. Zyzelewicz, J. Oracz, K. Miskiewicz, and J. Rosicka-Kaczmarek. Influence of roasting conditions on fatty acids and oxidative changes of Robusta coffee oil, *Eur. J. Lipid Sci. Technol.*, 114:1052–1061, 2012. DOI: 10.1002/ejlt.201100324.
- [2] G. Giner. El Tueste de Café, *Fórum Café*, 37:6–15, 2008.
- [3] J. A. Hernández, B. Heyd, C. Irls, B. Valdovinos, and G. Trystram. Analysis of the heat and mass transfer during coffee batch roasting, *J. of Food Eng.* 78:1141–1148, 2007. DOI: 10.1016/j.jfoodeng.2005.12.041.
- [4] B. Heyd, B. Broyart, J.A. Hernandez, B. Valdovinos, and G. Trystram. Physical Model of Heat and Mass Transfer in a Spouted Bed Coffee Roaster, *Dry. Technol.*, 25:1243–1248, 2007. DOI: 10.1080/07373930701438683.
- [5] J. H. Lienhard IV, and J. H. Lienhard V. *A Heat Transfer Textbook*. Phlogiston Press, Massachusetts, Fourth Edition, 2017.
- [6] M. Rodríguez. La Física y Química en el Tueste del Café, *Fórum Café* 41:38–45, 2010.
- [7] H. G. Schwartzberg. Modeling Bean Heating During Batch Roasting of Coffee Beans, *Eng. and Food for the 21st Century*, 2002. DOI: 10.1201/9781420010169.ch52