Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 6, n. 2, 2018.

Trabalho apresentado no XXXVIII CNMAC, Campinas - SP, 2018.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Aplicação de métodos de alta ordem na resolução de problemas bifásicos.

Ingrid Bertin Carneiro[1]
Marcio Rentes Borges[2]
Sandra Mara Cardoso Malta[3]
Laboratório Nacional de Computação Científica, LNCC, Petrópolis, RJ

Para simular o processo de injeção de água em reservatórios petrolíferos, Buckley e Leverett [1] desenvolveram um modelo matemático com base na ideia de que a água injetada, ao penetrar o meio poroso, age como um pistão com vazamento, ou seja, à medida que o pistão vai empurrando o óleo em direção ao poço produtor, uma certa quantidade de óleo permanece no reservatório, havendo na região invadida pela água, o fluxo simultâneo dos dois fluidos [6]. Neste trabalho, a equação de Buckley-Leverett é resolvida para um problema unidimensional, considerando-se os efeitos da gravidade e desprezando-se os efeitos da capilaridade. Assim, a equação hiperbólica não-linear apresenta-se da seguinte forma:

$$\phi\,(S_w)_t + f(S_w)_x = 0, \tag{1}$$

onde ϕ é a porosidade, S_w é a saturação da fase água e $f(S_w)$ é a função de fluxo dada por:

$$f(S_w) = f_w u - \lambda_o f_w(\rho_o - \rho_w) g k, \tag{2}$$

com $f_\alpha = \lambda_\alpha/\lambda_T$ o fluxo fracionário da fase α ($\alpha = w, o$, com w = água e o = óleo), $\lambda_\alpha = k_{r\alpha}/\mu_\alpha$; $k_{r\alpha}$; e μ_α são a mobilidade, a permeabilidade relativa e a viscosidade da fase α, respectivamente. Definimos ainda $\lambda_T = \lambda_o + \lambda_w$ a mobilidade total, u a velocidade total de Darcy, k a permeabilidade absoluta, g o termo gravitacional e ρ_α a massa específica da fase α. Além da equação (1) são consideradas as seguintes condições inicial e de contorno:

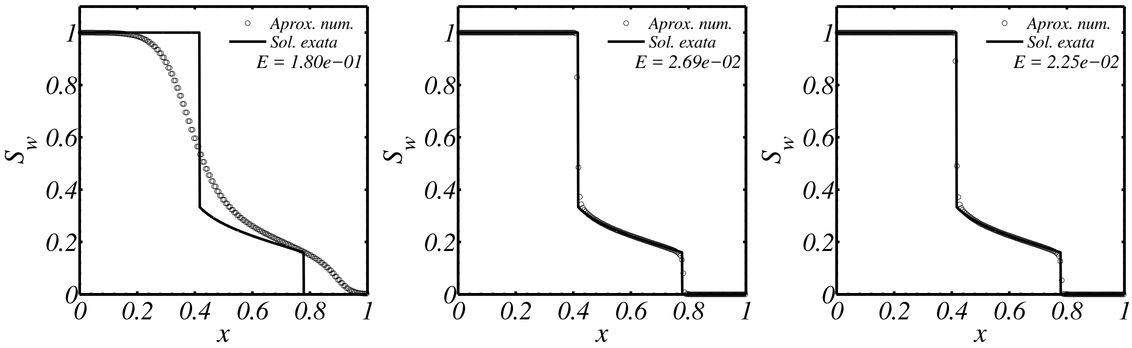
$$\begin{cases} S_w(x,0) = S_w^0(x), \\ S_w(0,t) = S_w^c, \end{cases} \tag{3}$$

onde $S_w^0(x)$ é a solução condição inicial e $S_w^c \in \mathbb{R}$ a condição de contorno.

Neste trabalho, analisamos a aplicação dos esquemas centrais, semi-discretos, de alta ordem propostos por Nessyahu-Tadmor (NT) [5], Kurganov-Tadmor (KT) [3] e *Central-Upwind* (CUp) [2] na aproximação da solução do problema dado por (1) e (3), em uma dimensão espacial. Consideramos uma malha computacional de 200 células, $\phi = 0,2$; $u = 0$; $k = 1$; razão de viscosidades $M = \mu_o/\mu_w = 20$, $\rho_w = 1000$, $\rho_o = 800$, tempo total de

[1]ingridbc@lncc.br
[2]mrborges@lncc.br
[3]smcm@lncc.br

simulação $t = 1,5$; $g = 100$ e um número de Courant $\mathsf{NC}^{\mathsf{CFL}} = 0,125$. Este último, definido em função da condição de CFL [4], como: $\mathsf{NC}^{\mathsf{CFL}} = \max\limits_{S_w \in [S_w^{\min}, S_w^{\max}], x \in [0,\ L]} \left| \dfrac{df}{dS_w} \right| \dfrac{\Delta t}{\Delta x} \leq 1$, onde $S_w^{\min}$ e $S_w^{\max}$ são as saturações mínima e máxima para um dado t^n.



(a) NT (b) KT (c) CUp

Figura 1: Comparação entre os métodos de alta ordem.

A Figura 1 mostra que o método NT apresenta difusão numérica excessiva próximo às regiões de salto, quando comparado aos demais métodos. O método CUp apresenta menor erro E (norma L_2) entre a solução numérica e analítica, em comparação ao KT e NT.

O próximo passo deste projeto é a implementação de uma versão 3D dos métodos KT e CUp para simular o escoamento água-óleo em meios heterogêneos (porosidade e permeabilidade).

Referências

[1] S. E. Buckley, M. Leverett, et al. Mechanism of fluid displacement in sands. *Transactions of the AIME*, 146(01):107–116, 1942.

[2] A. Kurganov, S. Noelle, and G. Petrova. Semidiscrete central-upwind schemes for hyperbolic conservation laws and hamilton–jacobi equations. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 23(3):707–740, 2001.

[3] A. Kurganov and E. Tadmor. New high-resolution central schemes for nonlinear conservation laws and convection–diffusion equations. *Journal of Computational Physics*, 160(1):241–282, 2000.

[4] R. J. LeVeque. *Finite volume methods for hyperbolic problems*, volume 31. Cambridge university press, 2002.

[5] H. Nessyahu and E. Tadmor. Non-oscillatory central differencing for hyperbolic conservation laws. *Journal of computational physics*, 87(2):408–463, 1990.

[6] A. Rosa, R. de Souza Carvalho, and J. Xavier. *Engenharia de reservatórios de petróleo*. Interciência, 2006.

