Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 6, n. 2, 2018.

Trabalho apresentado no XXXVIII CNMAC, Campinas - SP, 2018.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Aplicação da Rede Neural de Chebyshev para resolver equações diferenciais ordinárias

Alice Nabiça Moraes[1]
Programa de Pós graduação em Matematica e Estatística, UFPA, Belém, PA
Valcir João da Cunha Farias[2]
Universidade Federal do Pará, Belém, Pará
Marcus Pinto da Costa da Rocha[3]
Programa de Pós graduação em Matematica e Estatística, UFPA, Belém, PA
Kalil Brito Souza de Almeida[4]
Faculdade de Engenharia Elétrica, UFPA, Belém, PA

1 Introdução

Neste trabalho, propusemos um método para resolver uma equação diferencial ordinária de segunda ordem, utilizando o modelo Rede Neural de Chebyshev (RNCh) [1]. Modelo de Rede Neural Artificial (RNA) é usado aqui para superar a dificuldade da singularidade. Utilizamos um camada única da rede neural e a camada escondida é eliminada através da expansão do padrão de entrada por polinômios de Chebyshev. A equação considerada para mostrar a eficácia do modelo RNCH é $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{2dy}{xdx} + 1 = 0$,com condições iniciais $y(0) = 1$ e $y'(0) = 0$.

2 Metodologia

2.1 Estrutura da Rede Neural de Chebyshev

Consideramos um modelo de camada única da RNCh para o presente problema. A estrutura da RNCh consiste em uma única entrada, um bloco funcional de expansão baseado em polinômios de Chebyshev e uma única saída. A arquitetura do modelo neural consiste em duas partes: primeiro é parte numérica da transformação e segunda parte é o aprendizado da rede. Na parte numérica da transformação, cada dado de entrada é expandido para vários termos que utilizam o polinômio de Chebyshev. Assim, o polinômio Chebyshev pode ser visto como um novo vetor de entrada. Vamos considerar os dados de

[1]alicennmoraes@gmail.com
[2]valcir@ufpa.br
[3]mrocha@ufpa.br
[4]clbfs@ufpa.br

entrada designadas por $x = (x_1, x_2, ..., x_h)^T$ que é a entrada x tem h número de dados e os polinômios de Chebyshev são um conjunto de polinômios ortogonais obtidos por uma solução das equações diferenciais de Chebyshev. Os dois primeiros são conhecidos polinômios de Chebyshev como $T_0(x) = 1$ e $T_1(x) = x$

Os polinômios de ordem superior Chebyshev podem ser gerados pela fórmula recursiva bem conhecido $T_{r+1}(x) = 2xT_r(x) - T_{r-1}(x)$, onde $T_r(x)$ indica a ordem r-ésimo polinômio de Chebyshev. No algorítimo da RNCh é criada uma solução teste $y_t(x, w) = A(x) + F(N, w)$, onde $A(x)$ é uma função que satisfaz as condições iniciais, $F(N, w)$ é a saída da RNCh com entrada x e parâmetros ajustáveis w (pesos sinápticos). Para ajustar os pesos sinápticos, tem-se o seguinte problema de otimização:

$$min \sum_{i=1}^{h} \frac{1}{2} \{ \frac{d^2 y_t}{dx^2} - f(x_i, y_t(x_i), \frac{dy_t(x_i)}{dx}) \}^2 \tag{1}$$

3 Resultados

A Figura 1 mostra o desvio entre a solução analítica e a solução obtida pela rede RNCh. Observa-se que o desvio máximo é da ordem de 10^{-4}, ou seja, a aproximação da EDO em questão aplicando a RNCh apresenta um bom resultado. Outra vantagem da RNCh é que o resultado é obtido usando rede neural de camada única, deixando o processo mais rápido computacionalmente. Embora isto é feito aumentando a dimensão da entrada através do polinômio de Chebyshev.

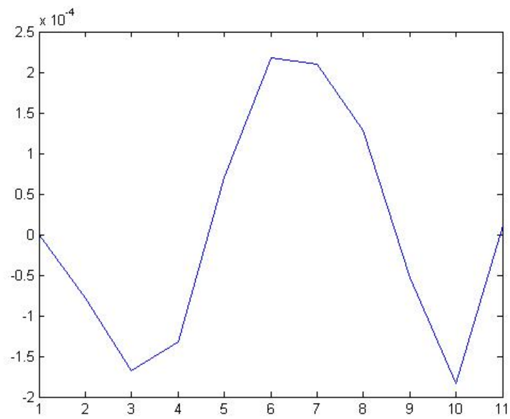

Figura 1: Estrutura da Rede Neural de Chebyshev

Referências

[1] I. L. D. Santos e G. N. Silva.Chebyshev Neural Network based model for solving Lane-Emden, *Applied Mathematics and Computation*, 247 100-114, 2014.