

## Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

---

# LIGA: Uma biblioteca para cálculo em ambiente de Álgebra Geométrica

Vinícius Riter Faria<sup>1</sup>

Departamento de Matemática Aplicada, Unicamp, Campinas, SP

Emerson Vitor Castelani<sup>2</sup>

Departamento de Matemática, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, PR

Jair da Silva<sup>3</sup>

Colegiado de Matemática, UFPR, Câmpus Avançado de Jandaia do Sul, Jandaia do Sul, PR

Wesley V. I. Shirabayashi<sup>4</sup>

Departamento de Matemática, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, PR

## 1 Introdução

A Álgebra Geométrica (AG) constitui uma ferramenta fundamental em diversas áreas de aplicação. Sua facilidade em representar algebricamente entidades geométricas, permite que diversos cálculos complicados sejam consideravelmente simplificados quando tratados neste ambiente. Por esta razão, o campo de aplicação de AG torna-se bastante extenso. Algumas aplicações em Visão Computacional são abordadas em [4] e aplicações em Física são destacadas em [3]. Considerando sua importância em aplicações, percebe-se também, a necessidade de criação de um ambiente programável de AG. Neste sentido, várias bibliotecas computacionais têm sido construídas, destacamos [1, 5, 6].

No presente trabalho, iremos introduzir uma nova biblioteca, a saber, *LIGA- Library for Geometric Algebra* construída utilizando a linguagem Julia [2] para cálculo em ambiente de Álgebra Geométrica.

## 2 A Biblioteca LIGA

A principal vantagem desta biblioteca reside nos seguintes aspectos:

- Não existe uma biblioteca completa e documentada em linguagem Julia: A Biblioteca LIGA encontra-se disponível no GitHub (<https://github.com/evcastelani/Liga.jl>) com toda documentação para seu uso bem como relato de problemas;

---

<sup>1</sup>viniriter@gmail.com

<sup>2</sup>evcastelani@uem.br

<sup>3</sup>jairmt@gmail.com

<sup>4</sup>wvishirabayashi@uem.br

- A Biblioteca LIGA é tão expressiva quanto as bibliotecas [5], [6] e [1]. Contudo, por utilizar orientação a objeto (vetores básicos e multivetores foram construídos como objetos) e despacho múltiplo, foi possível estender várias estruturas e operações matriciais para estes novos objetos, o que a distingue das bibliotecas referenciadas.
- Na versão corrente é possível trabalhar com as álgebras geométricas  $\mathbb{G}_k$ ,  $\mathbb{G}_{k,1}$  e  $\mathbb{G}_{k+1,1}$ , sobre os espaços euclidiano  $\mathbb{R}^k$ , projetivo  $\mathbb{R}^{k,1}$  e conforme  $\mathbb{R}^{k+1,1}$ , respectivamente.
- A linguagem Julia nos permite flexibilizar a notação das funções para aproximá-la da notação clássica da literatura de AG: Essecialmente, aproximamos a notação dos elementos e operações das mesmas encontradas em [7].

### 3 Considerações finais

A biblioteca LIGA, encontra-se em versão “alpha”, ou seja, corresponde à uma versão inicial, onde algumas otimizações e funções complementares são necessárias. Contudo, esta biblioteca já pode ser utilizada em vários métodos mais sofisticados. Neste sentido, para expor o potencial da presente biblioteca, estratégias de detecção de objetos geométricos em imagens foram consideradas. O principal ganho ao considerar este tipo de problema resolvido pela biblioteca reside na fácil generalização para espaços multidimensionais.

### Referências

- [1] R. Ablamowicz and B. Fauser, *CLIFFORD/Bigebra, A Maple Package for Clifford (Co)Algebra Computations (2011)*, <http://www.math.tntech.edu/rafa1/>, acessado em 19/01/2018.
- [2] J. Bezanson, A. Edelman, S. Karpinski and V. B. Shah, Julia: A fresh approach to numerical computing, *SIAM review*, 59: 65–98, 2017.
- [3] C. J. L., Doran, and A. Lasenby, *Geometric algebra for physicists*. Cambridge University Press, 2003.
- [4] L. A. F. Fernandes, C. Lavor e M. M. Oliveira, *Álgebra Geométrica e Aplicações*, SBMAC, ISBN 978-85-8215-081-8, 2017.
- [5] E. Hitzer and C. Perwass, Interactive 3D space group visualization with CLUCalc and the Clifford Geometric Algebra description of space groups, *Advances in Applied Clifford Algebras*, 20:631–658, 2010.
- [6] R. Kern, *clifford: Geometric Algebra for Python*, <https://clifford.readthedocs.io/en/latest/>, acessado em 19/01/2018.
- [7] C. Perwass, H. Edelsbrunner, L. Kobbelt and K. Polthier, *Geometric algebra with applications in engineering* Springer, 2009.