

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Análise de Ajuste de Curva a partir de Diferenças Finitas

Rodolfo P. Correa¹

Matemática - Licenciatura, UTFPR, Curitiba, PR

Mateus Bernardes²

Departamento Acadêmico de Matemática, UTFPR, Curitiba, PR

José Carlos Pereira Coninck³

Departamento Acadêmico de Matemática, UTFPR, Curitiba, PR

1 Introdução

Na tentativa de ajustar de uma curva logística ao conjunto de dados censitários para o município de Curitiba, disponibilizados pelo IPARDES [1] a partir de um modelo de diferenças finitas linearizado:

$$F_n = \frac{1}{2P_n} \left[\frac{P_n - P_{n-1}}{t_n - t_{n-1}} + \frac{P_{n+1} - P_n}{t_{n+1} - t_n} \right] = r \left(1 - \frac{P_n}{K} \right), \quad (1)$$

onde r e K são constantes positivas, verifica-se que este processo de regressão linear tende a superestimar um importante parâmetro de interesse, K , a capacidade suporte para esta população, em relação às estimativas oficiais [3]. A análise de dados resumida a seguir procura encontrar uma justificativa para este comportamento indesejado.

2 Análise dos Dados e Regressão

Utilizamos a regressão linear simples e o ajuste de modelos generalizados, no caso o modelo binomial (família logito).

Tabela 1: Comparação dos modelos pelo AIC

Modelo	Sem diferenças finitas	Com diferenças finitas
Linear Simples (afim)	124.463112	-31.01152
Logito	6.216151	6.17172
Gaussiana (Quadrático)	-45.556356	-18.85692

A tabela 1 mostra-nos a seleção pelo critério de informação Akaike (AIC, [2]) com e sem as diferenças finitas incorporadas aos modelos. O modelo linear simples (afim) e logito

¹rodolfohrcorrea@gmail.com

²mbernardes@uftpr.edu.br

³coninck@gmail.com

exibiram os piores ajustes enquanto o modelo gaussiano quadrático teve o melhor resultado com AIC (vide tabela 1). Ao incorporar as diferenças finitas na regressão, percebe-se que o modelo linear simples obteve um melhor valor em comparação aos demais, sugerindo a alteração do polinômio de ajuste do modelo linear (equação 1) para o quadrático, de quarta e de quinta ordem. Pela figura 1 pode-se comparar o modelo linear quadrático (AIC = -18.85692) com os de quarta (AIC = -23.63812) e quinta ordem (AIC = -26.80703) que se encaixaram melhor aos pontos.

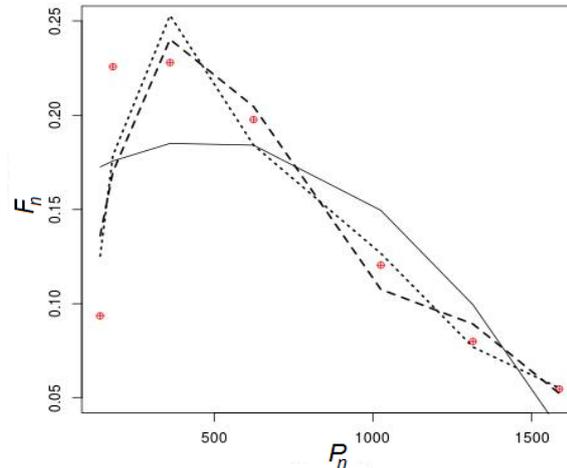


Figura 1: Ajuste dos modelos quadrático (linha cheia), de quarta (linha tracejada) e de quinta ordem (linha pontilhada), ao conjunto de dados (pontos representando $P_n \times F_n$).

3 Conclusão

No ajuste de uma curva logística a um conjunto de dados usando-se de diferenças finitas a partir de uma forma linearizada do modelo original encontramos discrepância significativa para certos parâmetros de interesse. Análises estatísticas mostram que quando os dados disponíveis são sensíveis a muitas oscilações o modelo gerado pode não descrever suficientemente bem estes parâmetros.

Referências

- [1] IPARDES. Instituto Paranaense de Desenvolvimento Econômico e Social. 2016. Disponível em: <http://www.ipardes.pr.gov.br/imp/index.php>. Acesso em: 16 de julho de 2016.
- [2] H. Akaike. *A new look at the statistical model identification*. IEEE Transactions on Automatic Control, Pg: 716-723, DOI: 10.1109/TAC.1974.1100705
- [3] C. Novaki, M. Bernades. *Ajuste de uma curva logística a um conjunto de dados censitários via quadrados mínimos: uma discussão*. XXXVII CNMAC, S.J. dos Campos - SP, 2017