

**Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**

---

## Aproximações Racionais Aplicadas a Tempo de Trânsito em Meios Homogêneos VTI.

Nilcilene da Silva Coelho<sup>1</sup>

Graduanda em Licenciatura em Matemática, Bolsita PIBIC/PRODOUTOR, UFPA, Cametá, PA  
Rubenvaldo Monteiro Pereira<sup>2</sup>

Faculdade de Matemática, UFPA, Cametá, PA

### 1 Introdução

Aproximar funções é ferramenta matemática de uso comum em aplicações. Aproximações racionais, como os aproximantes de Padé, são obtidas com os coeficientes da expansão polinomial de Taylor e, em geral, possuem raio de convergência maior que as aproximações polinomiais. No estudo da propagação de ondas sísmicas na subsuperfície da Terra em meios com simetria isotrópica ou anisotrópica, o modelo clássico de aproximação de tempo de trânsito é uma expansão de Taylor. Neste trabalho apresentamos os conceitos básicos sobre aproximações racionais para obtenção de aproximações mais precisas para modelar tempo de trânsito de propagação de ondas sísmicas em modelos litológicos homogêneos anisotrópicos VTI (*vertically transversely isotropic*).

### 2 Aproximações Racionais de Tempo de Trânsito

Considere uma expansão do tipo  $\sum_{n=0}^N f_n x^n$ . Os aproximantes de Padé associado com a expansão, são funções racionais, ou seja, quocientes entre dois polinômios. Esses aproximantes são caracterizados pelos inteiros positivos  $L$  e  $M$ , respectivamente, graus do numerador e denominador da função racional, representados pela notação  $[L/M]_{f(x)}$ . Assim, o aproximante de Padé de ordem  $[L/M]$  é dado por:

$$[L/M] = \frac{P_L(x)}{Q_M(x)}, \quad L, M \geq 0 \quad (1)$$

sendo  $P_L(x) = p_0 + p_1x + p_2x^2 + \dots + p_Lx^L$  e  $Q_M(x) = q_0 + q_1x + q_2x^2 + \dots + q_Mx^M$  polinômios de graus  $L$  e  $M$ , respectivamente.

No estudo da reflexão de uma onda sísmica em meios elásticos composto por um pacote de camadas horizontais, o tempo de trânsito da reflexão da onda na base da última camada

---

<sup>1</sup>nilcilenedasilvacoelho@yahoo.com.br

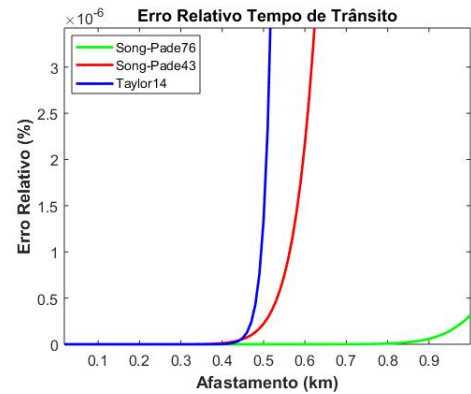
<sup>2</sup>rubenp@ufpa.br

é dado pela série de potências  $T^2(x) = 1 + x^2 + c_2x^4 + c_3x^6 + \dots$  [2], sendo  $T = t/t_0$  o quociente entre o tempo de trânsito duplo,  $t$ , e o tempo de trânsito duplo no afastamento nulo,  $t_0$ ; e  $x = X/v$  a razão entre o afastamento entre a fonte e o receptor em um arranjo CMP,  $X$ , e a velocidade NMO (*Normal Moveout*),  $v$ . Os coeficientes  $c_k$  dependem das propriedades elásticas do meio. Para estudo da propagação de ondas em meios isotrópicos em pequenos afastamentos, a aproximação é hiperbólica e dada por  $T^2(x) = 1 + x^2$ , contudo para meios anisotrópicos a curva é não hiperbólica, pois a contribuição do chamado parâmetro de anelipticidade,  $\eta$  é maior em afastamentos moderados ou grandes. Aproximações racionais, como os da equação 1, para tempo de trânsito em meios VTI, tem sido apresentadas por [1]. Neste trabalho foi destacado que aproximações racionais com  $L > M$  são mais precisas que as demais.

### 3 Resultados e Conclusões

Para aferir a validade e precisão das aproximações racionais, em comparação com a aproximação de Taylor, foi realizado um experimento de tempo de propagação de uma onda  $P$  refletida na base de uma camada homogênea VTI a uma profundidade  $z = 1,0km$  com  $v = 2,93km/s$  e  $\eta = 0,34$ . Na Figura 1 estão ilustradas curvas com o erro relativo das aproximações de: Taylor de ordem 28, Padé [4/3] e Padé [7/6]. Podemos observar que mesmo sendo de ordem 28, a aproximação de Taylor diverge rapidamente em pequenos valores de afastamentos. Já o aproximante de Padé, [7/6], mantém-se preciso em afastamentos moderados.

Figura 1: Erro relativo das aproximações de tempo de trânsito.



Assim, apresentamos aproximações de Taylor e Padé para tempo de trânsito duplo de propagação de ondas sísmicas em meios anisotrópicos VTI. Em nossos experimentos numéricos verificamos que os aproximantes racionais são melhores que as aproximações de Taylor, pois estas divergem muito mais rapidamente que aqueles.

### Referências

- [1] SONG, Hanjie, GAO, Yingjie, ZHANG, Jinhai, and YAO, Zhenxing, *Long-offset moveout for VTI using Padé approximation*, Geophysics, v. 81, n. 5. 2016.
- [2] HUBRAL, Peter, and KREY, Theodor. Interval velocities from seismic reflection time measurements. Vol. 203. Tulsa, OK: Society of Exploration Geophysicists, 1980.