

Método dos Mínimos Quadrados: Aplicações no Ensino Médio

Bruna Neves Machado¹

Unesp, Ilha Solteira-SP

Natalia Torres Colombo²

Unesp, Ilha Solteira-SP

Dra. Thays Aparecida de Abreu Santos³

Unesp, Ilha Solteira-SP

O Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) é um método de otimização matemática que procura encontrar o melhor ajuste para um conjunto de dados, minimizando a soma dos quadrados das diferenças entre o valor estimado e os dados observados [1]. O MMQ não faz parte do currículo do ensino médio [2], porém é possível que os alunos do 3º ano se familiarizem com o conteúdo através de uma visão prática dos exemplos utilizados em sala de aula. Uma boa alternativa para tornar a aula mais dinâmica, é a utilização de softwares matemáticos, como o Geogebra [3]. O Geogebra é um software de matemática dinâmica que reúne recursos de geometria, álgebra e cálculo, auxilia na construção de funções e dados apresentados. Considerando as facilidades que este software proporciona para auxílio matemático, este trabalho tem o objetivo incentivar o aprendizado do MMQ para alunos do ensino médio, proporcionando aos alunos uma experiência atípica, de como encontrar o valor desejado, sem conhecer a expressão analítica da função. Para utilizar o MMQ, suponhamos um problema simples: Maria havia aberto uma loja de doces, como era nova na cidade poucos a conheciam, e por este motivo Maria estava com medo de produzir doces a mais ou a menos, desta forma ela resolveu anotar quantos doces ela vendia em cada dia, resultando na seguinte tabela:

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	1	1	4	4	6

No sexto dia quantos doces aproximadamente ela venderá? Utilizando o MMQ vamos encontrar este valor. Representando graficamente estes pontos, obtemos um gráfico chamado diagrama de dispersão, que foi obtido pela plataforma do Geogebra e esta ilustrado na Figura 1.

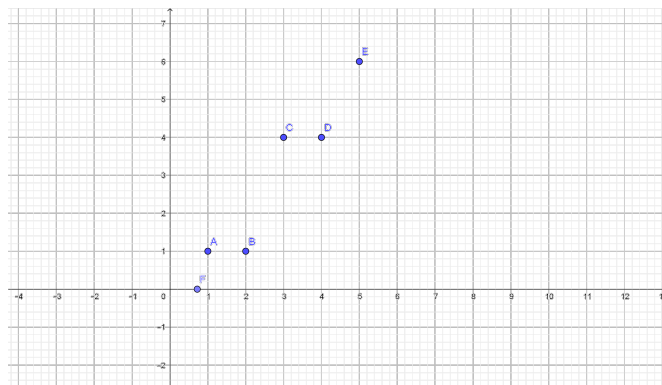


Figura 1: Diagrama de Dispersão dos dados

¹bruna.neves28.bn@gmail.com

²nataliacolombo2008@hotmail.com

³thays7abreu@gmail.com

Vamos ajustar o conjunto de dados a uma reta, dada pela equação 1.

$$\varphi(x) = \alpha_1 g_1(x) + \alpha_2 g_2(x) = p_1(x) \quad (1)$$

Assim, denotaremos $g_1(x) = 1$ e $g_2(x) = x$. Obtendo assim a reta:

$$\varphi(x) = \alpha_1 + \alpha_2(x) \quad (2)$$

Utilizando o MMQ, será resolvido o sistema linear abaixo, para obter o valor dos parâmetros α_1 e α_2 .

$$\begin{bmatrix} \sum_{k=1}^5 1 \\ \sum_{k=1}^5 x_k \end{bmatrix} * \alpha_1 + \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^5 x_k \\ \sum_{k=1}^5 x_k^2 \end{bmatrix} * \alpha_2 = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^5 f(x_k) \\ \sum_{k=1}^5 f(x_k) * x_k \end{bmatrix}$$

Assim, a reta que melhor se ajusta aos dados está descrita na equação (3), e ilustrada na Figura 2.

$$\varphi(x) = \frac{16}{10}x - \frac{9}{5} \quad (3)$$

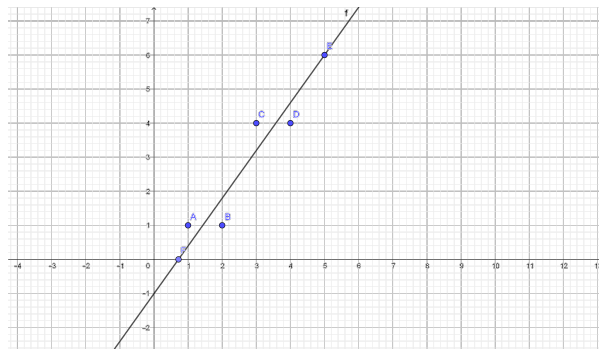


Figura 2: Reta que melhor se ajusta aos pontos observados

Substituindo o valor 6 na equação (3), tem-se que $\varphi(6) = 7,8$. Portanto, Maria deve produzir aproximadamente 8 doces no sexto dia. Este trabalho mostra que é possível trabalhar com aproximações em Matemática e ressalta a necessidade de se prever resultados não fornecidos em experimentos. O MMQ é responsável por realizar tais estimativas tornando a análise de tendências mais confiável. Portanto, a aplicação apresentada tem como objetivo mostrar ao professor uma nova ferramenta matemática que pode ser utilizada ao longo das aulas do Ensino Médio, além de dar ênfase a conteúdos ensinados como, por exemplo, o estudo das funções, matrizes, etc.

Referências

- [1] M. A. G. Ruggiero, and V. L. R. Lopes. Cálculo Numérico: Aspectos Teóricos e Computacionais. Pearson. São Paulo. 1997.
- [2] BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio. Brasília, DF, 2000.
- [3] Geogebra um software dinâmico. Disponível em <http://geogebrante.blogspot.com.br/p/caracteristicas.html>. Acessado em 14 de dezembro de 2017.