

## Método de Precondicionamento CPR

João Paulo Zanardi<sup>1</sup>

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, UERJ, Rio de Janeiro, RJ

Luiz Mariano de Carvalho<sup>2</sup>

Departamento de Matemática Aplicada, UERJ, Rio de Janeiro, RJ

### 1 Introdução

Nos problemas de simulação de reservatórios temos que repetidamente resolver sistemas de equações lineares com matrizes Jacobianas resultantes da linearização (em geral pelo método de Newton) das equações de balanço e volume. Estes sistemas lineares apresentam diferentes tipos de variáveis como, por exemplo, pressão e saturação, e resolvê-los numericamente de maneira rápida e robusta ainda é um grande desafio na área computacional. A maioria dos solvers atuais utilizam métodos de fatoração incompleta (ILU) [1] ou aplicam o método CPR (Constrained Pressure Residual).

Neste trabalho apresentaremos uma implementação do CPR e uma comparação de sua eficácia na resolução de sistemas lineares quando comparado com métodos de fatoração LU incompleta.

### 2 O preconditionador CPR

O CPR [4] é um preconditionador de dois estágios, isto é, um preconditionador que trata equações e variáveis de acordo com sua natureza e característica do erro a ser tratado. Para uma determinada matriz  $A$  o preconditionador CPR pode ser escrito como

$$M_{CPR}^{-1} = M^{-1}[I - AC(W^T AC)^{-1}W^T] + C(W^T AC)^{-1}W^T \approx A^{-1}. \quad (1)$$

No CPR, o primeiro estágio é a solução do sistema das pressões  $(W^T AC)^{-1}$ , enquanto o segundo estágio é a resolução do sistema completo. Em geral, utilizamos Multigrid para a resolução do primeiro estágio e ILU(0) para o sistema completo.

Implementamos o CPR em MATLAB seguindo [2]. O solver linear utilizado foi o GMRES [3], usando preconditionamento pela esquerda,  $restart = 30$ , e a tolerância usada

---

<sup>1</sup>jpzanardi@gmail.com

<sup>2</sup>luizmc@gmail.com

foi  $10^{-4}$ . Os problemas testados foram o tradicional SPE01, e cinco matrizes oriundas de problemas reais *black oil*. O resultado do CPR e um comparativo com os preconditionadores ILU(0) e ILU(1) podem ser vistos Figura (1).

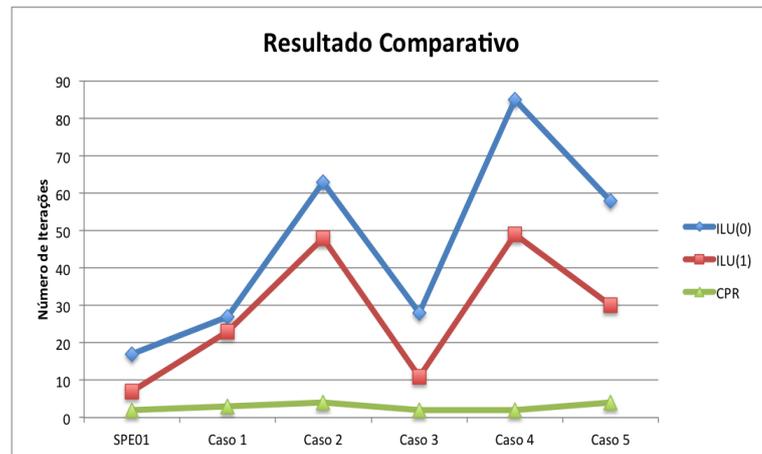


Figura 1: Comparação entre o número de iterações obtidos com os preconditionadores testados.

### 3 Conclusões

O CPR se mostrou apto em reduzir drasticamente o número de iterações dos problemas apresentados. Os testes em MATLAB são suficientes para averiguação da eficiência do método mas não para performance, por isso pretende-se implementar a mesma versão em outras linguagens. Com isso, poderemos avaliar a performance do preconditionador e fazer testes em paralelos.

### Referências

- [1] T. Chan and V. A. Hank. *Approximate and incomplete factorizations*, Springer, Holanda, 1997.
- [2] H. Cao, H. A. Tchelepi, J. Wallis and H. Yardumian. Parallel scalable unstructured CPR-type linear solver for reservoir simulation. In *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, 2005.
- [3] Y. Saad and M. H. Schultz. GMRES: A generalized minimal residual algorithm for solving nonsymmetric linear systems. In *SIAM Journal on scientific and statistical computing*, 1986.
- [4] J. Wallis, R. P. Kendall and T. E. Little. Constrained residual acceleration of conjugate residual methods. In *SPE Reservoir Simulation Symposium*, 1985.