Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Resultados Numéricos do Escoamento Poiseuille para Fluidos Viscoelásticos em que a Viscosidade Depende da Pressão

Rodrigo Koiti Ishizaka[1]
Gilcilene Sanchez de Paulo[2]
Messias Meneguette Junior[3]
Universidade Estadual Paulista (Unesp), Faculdade de Ciências e Tecnologia, Departamento de Matemática e Computação, Presidente Prudente, SP

1 Introdução

O estudo de um escoamento viscoelástico em que a viscosidade depende da pressão tem sido uma abordagem bastante atual (ver [1], por exemplo). Barus propõe leis linear e exponencial para a viscosidade variando com a pressão [2], que posteriormente, foram utilizadas para o desenvolvimento de outros trabalhos ([1]).

Este trabalho tem por objetivo apresentar resultados numéricos do escoamento viscoelástico em um canal bidimensional em que a viscosidade do fluido varia linearmente com a pressão. Esta lei linear é acoplada ao modelo viscoelástico Oldroyd-B clássico, conforme descrito nas Eqs. (3) e (4).

As equações que descrevem o escoamento de um fluido viscoelástico sob estas condições, na forma adimensional são dadas pelas Eqs. (1)–(4):

$$\nabla \cdot \boldsymbol{u} = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\boldsymbol{u}\boldsymbol{u}) = -\nabla p + \frac{\beta}{Re}\nabla^2 \boldsymbol{u} + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau_p}, \tag{2}$$

$$\boldsymbol{\tau_P} + Wi \overset{\triangledown}{\boldsymbol{\tau_P}} = \frac{2}{Re} H_P(p)\boldsymbol{D}, \tag{3}$$

$$H_P(p) = (1-\beta) + \gamma p. \tag{4}$$

onde $\boldsymbol{u}$ é o vetor velocidade, t o tempo, p a pressão, $\boldsymbol{\tau_P}$ o tensor polimérico, β é o parâmetro que controla a quantidade de solvente Newtoniano, Re o número de Reynolds, Wi o número de Weissenberg, γ o coeficiente de intensidade da influência da pressão na viscosidade, H_P a função viscosidade polimérica, $\boldsymbol{D}$ o tensor deformação e $\overset{\triangledown}{\boldsymbol{\tau_P}}$ a derivada convectiva contravariante.

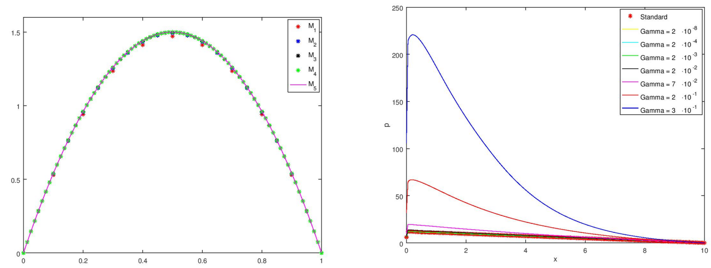
A metodologia numérica desenvolvida é baseada no método da projeção. As equações são discretizadas em uma malha deslocada do tipo Marker-And-Cell por diferenças finitas,

[1]rodrigo_ishizaka@hotmail.com - agradece a Capes pela parceria com o PICME do IMPA.
[2]gilcilene@fct.unesp.br
[3]messias@fct.unesp.br

em geral, ordem 2 no espaço, ordem temporal 1 e tipo *upwind* de alta ordem para os termos convectivos.

2 Resultados e Discussões

A verificação da metodologia numérica para o escoamento viscoelástico Poiseuille foi realizada a partir do refinamento de malha. Adota-se como solução de referência os resultados para uma malha mais refinada, M5 (1600× 160 células). A Figura 1 (a) apresenta os resultados obtidos com o refinamento de malha para a componente u do vetor velocidade. A Tabela 1 mostra o decaimento do erro relativo, calculado segundo a norma−2, demonstrando que o método apresenta ordem 2 de convergência espacial. As variáveis adotadas foram: $Re = 1.0$, $Wi = 0.3$, $\beta = 0.1$ e $\gamma = 0.0002$.



(a) Corte transversal no meio do canal. (b) Corte longitudinal no meio do canal.

Figura 1: (a)Refinamento da malha espacial para u. (b) Pressão ao longo do canal.

A Figura 1 (b) mostra os valores da pressão ao longo do canal, na linha de simetria, para diversos valores de γ, para o caso em que $Re = 10$, $Wi = 0.3$ e $\beta = 0.1$. Os resultados eram esperados pois pode-se observar que quando $\gamma \to 0$, tem-se que $H_P(p) \to (1 - \beta)$, ou seja, quando $\gamma = 0$ recupera-se exatamente o modelo Oldroyd-B clássico no sistema de Eqs. (1)-(4).

Tabela 1: Erro relativo na norma-2 para as componentes u, ${\tau_P}^{xx}$ e ${\tau_P}^{xy}$.

Malha/Células	E(u)	E(${\tau_P}^{xx}$)	E(${\tau_P}^{xy}$)
M1 (100× 10)	1,9518e-02	2,8254e-02	1,9750e-02
M2 (200× 20)	4,8955e-03	7,1395e-03	4,9489e-03
M3 (400× 40)	1,1702e-03	1,7110e-03	1,1792e-03
M4 (800× 80)	2,3419e-04	3,4283e-04	2,3483e-04

Referências

[1] K. D. Housiadas. An exact analytical solution for viscoelastic fluids with pressure-dependent viscosity, *J. Non-Newt. Fluid Mech.*, 223:147–156, 2015.

[2] C. Barus. Note on the dependence of viscosity on pressure and temperature, *Proceeding of the American Academy of Arts and Sciences*, volume 27, 13-18, 1891.DOI: 10.2307/20020462.

