Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 6, n. 2, 2018.

Trabalho apresentado no XXXVIII CNMAC, Campinas - SP, 2018.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Uma Nova Estratégia de Passo Para o Método q-Gradiente

Victor Vinicius[1]
Discente do Curso de Ciência e Tecnologia, UFERSA, Mossoró, RN
Caroline Galvão Toscano[2]
Discente do Curso de Engenharia da Produção, UFERSA, Mossoró, RN
Matheus da Silva Menezes,[3]
Ivan Mezzomo[4]
Centro de Ciências Exatas e Naturais, UFERSA, Mossoró, RN

A otimização consiste em um problema matemático que busca encontrar a melhor solução possível dentre todas as soluções viáveis, proporcionando váriadas aplicações relevantes, dentre elas na agricultura, transportes, engenharias dentre outras. Na resolução destes problemas é comum a utilização de algoritmos numéricos pois, em muitos casos, devido a sua complexidade, não é viável buscar uma solução de maneira analítica.

O q-cálculo [1] faz uso de um parâmetro q, onde a generalização do conceito de q-Derivada é baseada em deformações na variável independente, ou seja, em vez da variável independente x ser transladada por uma quantidade h, ela é dilatada ou contraída por uma quantidade q, definida da seguinte forma:

$$f'_q(x) = \lim_{q \to 1} \frac{f(qx) - f(x)}{(q-1)x} \tag{1}$$

Aplicando este conceito, o q-gradiente de uma função f de n variáveis, é definido de forma similar ao gradiente clássico, só que em vez de utilizar as derivadas parciais é utilizado a q-derivada parcial, como mostrado na equações a seguir:

$$\nabla f(x) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f(x)}{\partial x_i} a_i \tag{2}$$

$$\nabla_q f(x) = \sum_{i=1}^{n} D_{q_i, x_i} f(x) a_i \tag{3}$$

Uma aplicação do gradiente é o método da máxima descida que gera uma sequência de pontos x_k a partir de um ponto x_0, adicionando a cada passo um vetor na direção contrária a do gradiente com uma norma de módulo α. O método do q-gradiente é um procedimento iterativo que utiliza um vetor com direção do q-gradiente a cada iteração.

[1]victorovinicius@gmail.com
[2]caroltoscano.cn@hotmail.com
[3]matheus@ufersa.edu.br
[4]imezzomo@ufersa.edu.br

Por isso, esse método depende diretamente do parâmetro q, e uma variação no mesmo produz uma diferença na direção de busca em relação ao método de máxima descida.

Nesse sentido, apresentamos uma variação do método do q-gradiente, apresentado em [2], onde $x^{k+1} = x^k + \alpha^k \frac{-\nabla_q f(x_k)}{||\nabla_q f(x_k)||}$, em que o tamanho do parâmetro α seja inversamente proporcional ao número da iteração k, dado por $\alpha^k = \frac{0{,}5}{k}$ e o parâmetro q é sorteado aleatoriamente com igual probabilidade entre $[0,9;1,1]$, onde o valor sorteado é o mesmo a cada iteração para as duas dimensões, ou seja, $q = (q_k, q_k)$, onde q_k é o valor sorteado na iteração k. O algoritmo foi implementado no ambiente Jupyter *http://jupyter.org/*, utilizando a linguagem *Julia Programming*.

De forma a verificar o comportamento desse método, o mesmo foi comparado com [2], usando sorteio gaussiano e os parâmetros α_0, β e σ_0 definidos em [2], em três funções teste, com critérios de parada $\epsilon \leq 10^{-4}$ ou um limite de 1000 iterações:

Tabela 1: Funções de Teste Consideradas na Simulação

$F_1 = 2 - [e^{(-x^2-y^2)} + 2e^{(-(x-3)^2-(y-3)^2)}]$	$F_2 = 10n + \sum_{i=1}^{n}(x_i^2 - 10cos(2\pi x_i))$	$F_3 = -\frac{cos(x^2+y^2)}{1+x^2+y^2}$
$x_0 = (6,6), x^* = (8,8)$	$x_0 = (25,25), x^* = (15,15)$	$x_0 = (6,6), x^* = (4.5,4.5)$

Os resultados obtidos estão apresentados a seguir, onde os resultados baseados em [2] estão na primeira linha e os resultados do presente trabalho estão na segunda linha:

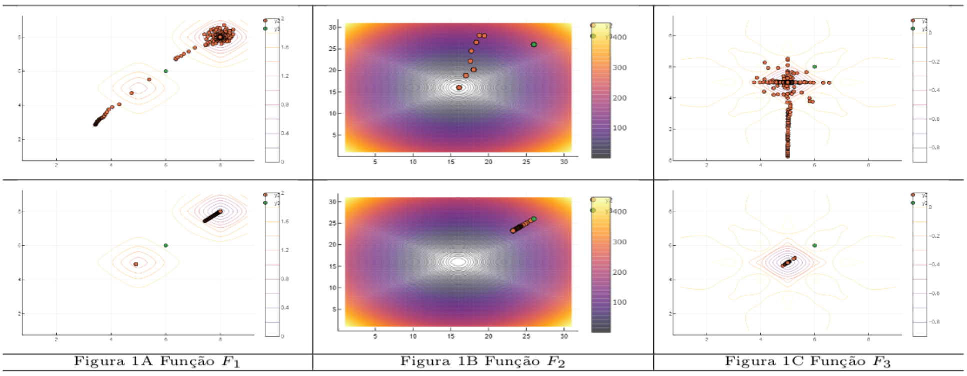

Figura 1A Função F_1 | Figura 1B Função F_2 | Figura 1C Função F_3

Figura 1: Resultados da Simulação

Como podemos observar, a estratégia foi eficiente nas funções teste 1 e 3. Na função 1 demorou 400 iterações para alcançar a precisão de $\epsilon = 10^{-4}$, enquanto o algoritmo presente em [2] precisou de 1000 iterações. Para a função 2, a estratégia adotada não atingiu a precisão adotada. A estratégia proposta por [2] atingiu a precisão nas três funções teste.

Referências

[1] P. Cheung, and V. Kac. *Quantum Calculus*. Universitext, New York, 2002.

[2] A. C. Soterroni, O método do q-gradiente para otimização global, Tese de Doutorado em Computação Aplicada, INPE, (2012).

