

**Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**

---

## O Uso do Cálculo Integral na Produção de Peças em Impressora 3D

Aislan Silva Primo<sup>1</sup>  
Felipe Machado Mello<sup>2</sup>  
Fernando Cardoso Jardim<sup>3</sup>  
Gabriel Reis e Silva<sup>4</sup>  
Universidade Tiradentes, UNIT, Aracaju, SE

A utilização do cálculo integral no processo de produção de peças favorece a precisão e a similaridade do produto final confeccionado em ampla escala. A partir de um software específico para simulação gráfica de funções matemáticas, exemplificado na Figura 1, compreendido pela impressora 3D, a função que rege o formato da peça é avaliada quanto à localização do centro de massa e momento de inércia. Caso esta análise esteja correta, a impressora interpreta a integral dupla como um amplo número de secções da peça e a constrói da base ao topo.

As equações (1) e (2) referem-se a localização do centro de massa da peça, estas informam a estabilidade e o equilíbrio da peça. Nas equações (3) e (4) encontram-se os momentos de inércia em relação aos eixos  $x$  e  $y$  do plano cartesiano para a peça desejada. A equação (5) mostra a resultante da soma dos momentos de inércia calculados nas duas equações anteriores a esta; isto também pode ser obtido através da equação (6) por uma relação direta. Estas equações permitem ao fabricante ter ciência do produto final antes de sua execução, de modo a controlar a estabilidade, equilíbrio e qualidade referentes a peça.

As variáveis  $\bar{x}$  e  $\bar{y}$  indicam as coordenadas  $x$  e  $y$  do centro de massa,  $\rho(x, y)$  representa a função densidade do corpo estudado,  $M_y(D)$  é o primeiro momento da lâmina em torno do eixo  $y$  e expresso pela integral do produto de  $x$  pela densidade da peça,  $M_x(D)$  é o primeiro momento da lâmina em torno do eixo  $x$  e expresso pela integral do produto de  $y$  pela densidade da peça,  $m(d)$  é a massa total do sistema, dada pela integral da densidade do corpo. As incógnitas  $I_x$  e  $I_y$  referem-se, respectivamente, aos momentos de inércia nos eixos  $x$  e  $y$ , por fim,  $I$  indica a resultante do momento de inércia da peça.

---

<sup>1</sup>aislanprimo14@gmail.com

<sup>2</sup>felipemachadomello@gmail.com

<sup>3</sup>fernando.cardoso@souunit.com.br

<sup>4</sup>gabriel.reis98@souunit.com.br

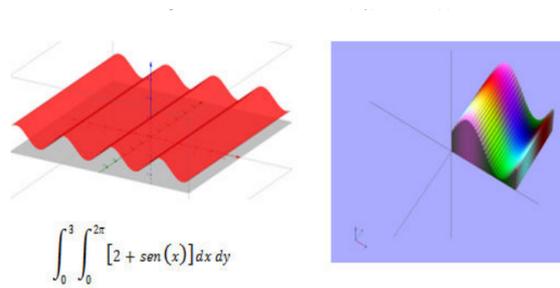


Figura 1: Gráfico da função  $f(x, y) = 2 + \text{sen}(x)$  no Geogebra (direita) e sólido gerado pela curva no OpenScad (esquerda) [4].

$$\bar{x} = \frac{M_y(D)}{m(d)} = \frac{\int \int_D x \cdot \varrho(x, y) dx dy}{\int \int_D \varrho(x, y) dx dy} \quad (1)$$

$$\bar{y} = \frac{M_x(D)}{m(d)} = \frac{\int \int_D y \cdot \varrho(x, y) dx dy}{\int \int_D \varrho(x, y) dx dy} \quad (2)$$

$$I_x = \int \int_D y^2 dx dy \quad (3)$$

$$I_y = \int \int_D x^2 dx dy \quad (4)$$

$$I = I_x + I_y \quad (5)$$

$$I = \int \int_D (x^2 + y^2) dx dy \quad (6)$$

## Referências

- [1] R. Bersch. *Introdução a Tecnologia Assistiva*. Porto Alegre-RS, 2013.
- [2] R. Bunemer. *Domótica Assistiva Utilizando Sistemas Integrados de Supervisão e Controle*. Campinas-SP, 2014.
- [3] R. Lemke, I. Zuchi e E. Bar. *OAs para o Ensino de Cálculo: Potencialidades de Tecnologias 3D*. UFRGS, Rio Grande do Sul, 2014.
- [4] G. Magali. *Integral Dupla e Impressão 3D*. UFJF, Juiz de Fora-MG, 2015.
- [5] R. Simões, I. Zuchi e E. Bar. *Aplicação da Integral na Determinação de Características Geométricas de Seções Planas de Estruturas em Barras*. UDESC, Santa Catarina, 2014.