Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 6, n. 2, 2018.

Trabalho apresentado no XXXVIII CNMAC, Campinas - SP, 2018.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Estudos preliminares do escoamento em um espaço anular com o objetivo de simular componentes de máquinas rotativas

Luiz Henrique M. Queiroz[1]
Departamento de Engenharia Mecânica, UFRJ, Rio de Janeiro, RJ
Juliana V. Valério[2]
Departamento de Ciência da Computação, UFRJ, Rio de Janeiro, RJ

1 Introdução

Este trabalho tem como objetivo estudar o escoamento de fluidos num espaço anular, para que possa simular um escoamento dentro de componentes de máquinas rotativas. Para isso, serão feitas simplificações nas equações de Navier-Stokes utilizando a teoria da lubrificação como base. Resolvendo numericamente o campo de pressão e recuperando o escoamento a partir das simplificações feitas, uma grande melhora computacional é obtida com precisão aceitável. Consequentemente, o cálculo de parâmetros fundamentais no estudo de vibrações oriundas de máquinas rotativas também serão aprimorados, visto que necessitam de informações encontradas no escoamento para serem realizados. A primeira parte desse trabalho consiste em fazer simplificações nas equações de Navier-Stokes, tirando vantagem da geometria e reduzindo assim o custo computacional para calcular o campo de pressão desejado.

Supondo um fluido newtoniano, incompressível, escoamento em regime permanente e as coordenadas escolhidas para escrever a equação de Navier-Stokes sendo as coordenadas cilíndricas pela semelhança com o problema, já que será analisado um escoamento em espaço anular. Ao passo que esse escoamento pode ser comparado a um rotor no interior de um estator com folga muito pequena entre eles. E que, no futuro, será relacionado com mancais e selos mecânicos em máquinas rotativas. Foi feita uma análise adimensional para tirar vantagem da geometria do problema que evidenciou a importância de cada termo na equação, e por isso alguns termos foram desprezados dependendo do seu nível de importância. Assim o sistema de equações fica na forma:

$$-\frac{\partial p}{\partial z} + \mu\Big[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right)\Big] = 0,$$

$$-\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial \theta} + \mu\Big[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial (rw)}{\partial r}\right)\Big] = 0, \qquad -\frac{\partial p}{\partial r} = 0,$$

[1]luizqueiroz@poli.ufrj.br
[2]juvianna@dcc.ufrj.br

 © 2018 SBMAC

Note que as equações foram tão simplificadas que podem ser integradas para se obter a velocidade nas direções z e θ, além disso, percebe-se que a pressão não varia na direção radial e a velocidade radial desapareceu, logo é desprezível em relação às outras. Integrando e aplicando as condições de contorno, as velocidades são encontradas em função do campo de pressão e aplicando as equações da velocidade na equação da continuidade chega-se a uma equação de Poisson da seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial \theta}\left(C_1 \frac{\partial p}{\partial \theta}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(C_2 \frac{\partial p}{\partial z}\right) = \frac{\partial}{\partial \theta} C_{0W}, \tag{1}$$

onde:

$$C_{0W} = -W R_i \left[\ln\left(\frac{R_o}{R_i}\right)\left(1 + \frac{R_i^2}{(R_o^2 - R_i^2)}\right) - \frac{1}{2}\right], \tag{2}$$

$$\begin{aligned} C_1 = & \frac{R_i}{2}\left[\frac{1}{2R_i}[R_o^2 \ln R_o - R_i^2 \ln R_i - \left(R_o^2 - R_i^2\right)(1+K)]\right] - \\ & \frac{R_i^2}{2\mu}\left[\left(\ln R_i - \frac{1}{2} + K\right)\ln\left(\frac{R_o}{R_i}\right)\right], \end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned} C_2 = & \frac{-R_i^2}{8}\left[R_o^2 - R_i^2 - \frac{(R_o^4 - R_i^4)}{2R_i^2}\right] + \\ & \left(\frac{R_o^2 - R_i^2}{R_r^2 \ln(R_o/R_i)}\right)\left[R_o^2 \ln\left(\frac{R_o}{R_i}\right) - \frac{(R_o^2 - R_i^2)}{2}\right], \end{aligned} \tag{4}$$

Como a equação refere-se a um escoamento em espaço anular entre dois cilindros, R_i é o raio do cilindro em movimento, chamado de rotor e R_o é o raio do cilindro parado, chamado de estator.

Foi, por fim, criado um programa no MATLAB para resolver essa equação numericamente. A equação foi discretizada com diferenças centrais e foram feitas simulações para diferentes geometrias do rotor. O programa foi validado calculando-se o campo de pressão analítico que pode ser obtido quando os cilindros são concêntricos e lisos. O erro máximo, nesse caso, foi da ordem de 10^{-9}. Importante dizer que variações na geometria só são possíveis graças ao modo como R_i e R_o foram considerados na equação, ou seja, R_o é uma função $R_o(\theta, z)$ e R_i é uma função $R_i(z)$. Diferentes parâmetros de entrada como a viscosidade do fluido utilizado e pressões de entrada e saída para o escoamento também podem ser analisados. Assim, com o uso desse programa, é possível calcular o campo de pressão e depois substituir na equação da velocidade para se obter o campo de velocidade. Ao retornar o campo de pressão e o campo de velocidade, torna-se possível um cálculo mais preciso de parâmetros necessários nas análises das vibrações em máquinas rotativas.

Referências

[1] Selma Fontes de Araujo Andrade, Modelo Assintótico para Escoamento Monofásico em Bomba de Cavidades Progressivas, Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica-PUC-Rio, (1999).

© 2018 SBMAC