Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 6, n. 2, 2018.

Trabalho apresentado no XXXVIII CNMAC, Campinas - SP, 2018.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Do Cálculo usual à Modelagem Fracionária com Análise Dimensional

Thais Hermoso de Oliveira[1]
UNESP - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências, Departamento de Matemática, Bauru, SP
Rubens de Figueiredo Camargo[2]
UNESP - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciência, Departamento de Meteorologia, Bauru, SP

A modelagem matemática pode ser definida como o processo de descrever processos, reais ou hipotéticos, em termos de equações matemáticas. Dentre as diferentes ferramentas para se modelar um fenômeno destaca-se a feita por equações diferenciais. A utilização das equações diferenciais mostra-se valiosa para o estudo de problemas de diversas áreas, visto que, mesmo as equações mais simples podem descrever processos físicos úteis, como o crescimento de uma população, proliferação de uma doença, sistemas massa-mola, circuitos elétricos, entre outros.

Partindo de modelos mais elementares, é possível construir e compreender processos mais complexos. Em geral, quanto mais perfeita e detalhadamente um problema real é descrito, maior é o número de variáveis envolvidas, bem como mais elaboradas e complexas se tornam as equações. Neste sentido, o Cálculo de Ordem Não Inteira, isto é, o estudo de integrais e derivadas de ordem não inteira, tem desempenhado um papel de destaque.

A maneira usual de se utilizar a modelagem fracionária, isto é, a modelagem feita com equações diferenciais de ordem não inteira, é substituir as derivadas de ordem inteira de um determinado fenômeno por derivadas de ordem não inteira, normalmente, menor que a do modelo original [1, 5]. Dentre as principais motivações para se utilizar este procedimento destacam-se o fato da derivada de ordem não inteira ser um operador não local, o que significa que efeitos de memória são levados em conta e que a ordem não inteira da derivada pode ajudar a diminuir o efeito dos termos negligenciados na modelagem usual [4].

Vários matemáticos e pesquisadores aplicados obtiveram importantes resultados e generalizações a partir da modelagem de processos reais através da Modelagem Fracionária, conforme descrita anteriormente [1]. Porém, o processo descrito anteriormente, pode gerar inconsistências físicas, por exemplo, quando consideramos uma equação do tipo

$$S(t) = 10 + 5t + 3t^2, \tag{1}$$

Com t dado em segundos e S em metros, para que a equação (1) faça sentido, as constantes 10, 5 e 3 devem ter unidades, respectivamente, de m, m/s e m/s^2, o mesmo sendo válido

[1]thais_h.o@hotmail.com
[2]rubens@fc.unesp.br

para a equação diferencial

$$\frac{d}{dt}S(t) = 5 + 6t, \qquad \text{com } S(0) = 10. \tag{2}$$

Se considerarmos a generalização fracionária da equação (2), simplesmente trocando a derivada de ordem um por uma fracionária de ordem $0 < \alpha \leq 1$, seríamos levados a outra equação cujo lado esquerdo teria unidade $[1/s^\alpha]$ e o lado direito teria unidade de $[1/s]$, o que tornaria a equação inconsistente [3].

Recentemente, foi publicado o artigo [2], no qual os autores propõem uma nova forma de se introduzir o operador de derivada fracionária que evita o problema mencionado anteriormente. O objetivo central deste projeto[3] é estudar a modelagem fracionária e suas diferentes aplicações. Em especial, para o CNMAC, serão apresentadas, para diferentes problemas, comparações entre a modelagem usual e a fracionária com o tratamento dimensional e sem este tratamento.

Agradecimentos

Os autores agradecem à FAPESP, processo 2018/02069-1, por estar financiando este projeto de iniciação científica.

Referências

[1] R. F. Camargo, and E. C. Oliveira. *Cálculo Fracionário*. São Paulo: Editora Livraria da FÍsica, 2015. 184p.

[2] L. C. Cardoso, F. L. P. Dos Santos, and R. F. Camargo. Analysis of fractional-order models for hepatitis B. *Comp. Appl. Math.*, 2018. DOI: 10.1007/s40314-018-0588-4.

[3] J. F. Gómez, J. J. Rosales, J. J. Bernal, and M. Guía. Mathematical modelling of the mass-spring-damper system-a fractional calculus approach. *Acta Universitaria.* 5:5-11,2012.

[4] L. K. B. Kuroda, A. V. Gomes, R. Tavoni, F. A. Mancera Paulo, N. Varalta, and R. F. Camargo. Unexpected behavior of Caputo fractional derivative. *Comp. Appl. Math.* 136:1173-1183, 2017.

[5] L. K. B. Kuroda, R. Tavoni, and R. F. Camargo. Oscilador harmônico fracionário. SBMAC, 2015. *Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics*; resumos. Vitória - ES: CMAC, 2015.

[3] O presente trabalho é parte de um projeto de iniciação científica, que entrou em vigor no dia 28/3/2018.