Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 6, n. 2, 2018.

Trabalho apresentado no XXXVIII CNMAC, Campinas - SP, 2018.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Comparação entre o método da Sobre-relaxação sucessiva, Gauss-Jacobi e Gauss-Seidel

Tiago Mateus Pereira Gonçalves [1]
Centro de Engenharias, UFERSA, RN
Matheus da Silva Menezes[2]
Departamento Ciências Naturais, Matemática e Estatística, UFERSA
Ivan Mezzomo[3]
Departamento Ciências Naturais, Matemática e Estatística, UFERSA
Stefeson B. M.[4]
Centro Multidisciplinar de Angicos, UFERSA

Os problemas envolvendo os sistemas de equações lineares estão presentes em várias áreas da ciência, como na engenharia e na matemática, e podem ser solucionados através de métodos numéricos iterativos, onde estes possuem maior utilização em sistemas lineares de grande porte [1]. Dentre os métodos numéricos iterativos estacionários destacam-se o método de Gauss-Jacobi e o método de Gauss-Seidel, onde possuem como principal diferença o fato de que o método de Gauss-Seidel executa uma atualização dos dados na própria iteração, enquanto que o método de Gauss-Jacobi só realiza a atualização dos dados na próxima iteração. O método da Sobre-relaxação sucessiva (SRS), também considerado estacionário, é derivado do método de Gauss-Seidel e utiliza-se de um fator ω que pode variar de 0 a 2, sendo denominado de sub-relaxação no caso de $0 < \omega < 1$, sobre-relaxação no caso de $1 < \omega < 2$, e o próprio Gauss-Seidel quando $\omega = 1$ [3].

Com o intuito de se comparar esses métodos, os mesmos foram implementados em C++, analisando o tempo de convergência e a quantidade de iterações demandada por cada método, utilizando como critérios de parada a quantidade máxima de iterações (limitada em 5000) e uma precisão com distância relativa de $\varepsilon < 10^{-4}$. Foi utilizado um computador com processador Intel core i5 e 4GB de memória RAM. Os casos de teste foram retirados do repositório *www.matrixmarket.com*, e possuem características distintas, que são detalhadas a seguir:

Tabela 1: Dados dos Problemas Considerados

Nome	Tamanho	Estrutura
Orsirr_2	886×886	diagonal dominante e assimétrica
Orsirr_1	1030×1030	diagonal dominante e assimétrica
Orsreg_1	2205×2205	diagonal dominante e assimétrica
Bcsstm25	15439×15439	diagonal dominante e real simétrica definida positiva

[1]tiagomateuspg@gmail.com
[2]matheus@ufersa.edu.br
[3]imezzomo@ufersa.edu.br
[4]stefeson@ufersa.edu.br

© 2018 SBMAC

Como metodologia do experimento, executamos os métodos de Gauss-Jacobi, Gauss-Seidel e o método da SRS considerando 5 valores para ω: (1.1; 1.3; 1.5; 1.7 e 1.9).

Tabela 2: Resultados do método SRS para vários ω

	$\omega = 1.1$		$\omega = 1.3$		$\omega = 1.5$		$\omega = 1.7$		$\omega = 1.9$	
Problema	iterações	T(s)	iterações	T(s)	iterações	T(s)	iterações	T(s)	iterações	T(s)
Orsirr2	4184	28,15	3048	20,26	2099	14,25	1252	8,23	439	3,98
Orsirr1	3364	31,54	3323	30,93	2259	20,75	1331	12,52	454	4,62
Orsreg1	Não conv.	241,78	3667	159,31	2489	111,54	1466	71,65	506	23,98
Bcsstm25	9	21,02	15	32,09	25	54,10	47	103,03	Não conv.	10894,50

Em seguida, foram comparados os resultados do método SRS, considerando o melhor ω para convergência, com os métodos de Gauss-Jacobi e Gauss-Seidel.

Tabela 3: Comparação da convergência entre os métodos

	Gauss-Jacobi		Gauss-Seidel		SRS	
Problema	iterações	T(s)	iterações	T(s)	iterações	T(s)
Orsirr2	Não conv.	-	4874	34,73	439	3,98
Orsirr1	Não conv.	-	Não conv.	-	454	4,62
Orsreg1	Não conv.	-	Não conv.	-	506	23,98
Bcsstm25	2	6,74	2	5,10	9	21,02

A partir da análise dos dados, podemos perceber que das quatro matrizes utilizadas e com os critérios de parada adotados, o método de Gauss- Jacobi só convergiu em um problema, Gauss-Seidel em dois problemas e SRS (com o melhor ω) convergiu em todos os problemas. Além disso, no método SRS, três convergiram para um menor número de iterações e tempo de convergência. No outro caso, o método SRS convergiu em um número maior de iterações e de tempo de processamento. É notável que nos casos em que o SRS convergiu mais rápido, o fator ω foi sempre o de maior valor, e nos casos em que o método foi menos eficiente esse fator foi o menor possível. Nos casos em que o SRS foi mais eficiente que os outros, a convergência ocorreu em um tempo muito menor que nos outros dois métodos (cerca de 12% do tempo), enquanto no caso em que foi menos eficiente, o método demorou um tempo de quase 4 vezes maior que os outros métodos. De modo geral, os resultados obtidos para o método SRS em relação aos demais métodos analisados foram satisfatórios, levando em consideração a utilização do melhor fator ω.

Agradecimentos: Os autores agradecem o apoio da UFERSA e CNPQ na execução deste trabalho.

Referências

[1] Burden, Richard L. E Faires, Douglas. *Análise Numérica*. São Paulo: CENGAGE 2008.

[2] M. A. G. Ruggiero, V. L. R. Lopes, *Cálculo Numérico: Aspectos teóricos e computacionais*. 2 Ed., Pearson, São Paulo, 1997.

[3] Campos Filho, F. Ferreira. *Algoritmos Numéricos*. 2 ed., Rio de Janeiro, LTC, 2010.

 © 2018 SBMAC