Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 6, n. 2, 2018.

Trabalho apresentado no XXXVIII CNMAC, Campinas - SP, 2018.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Comparativo entre os Métodos de Newton, Secante e Müller Aplicados a Raízes de Funções Polinomiais

Modesto Valci Moreira Lopes[1]
Hedjany Sena da Silva[2]
Ivan Mezzomo[3]
Matheus da Silva Menezes[4]
Departamento Ciências Naturais, Matemática e Estatística, UFERSA, Mossoró, RN
Manoel Benedito Neto[5]
Escola de Ciência e Tecnologia, UFRN, Natal, RN

Os polinômios têm muitas aplicações na engenharia e na ciência. Eles são amplamente utilizados na caracterização de sistemas dinâmicos, nos ajustes de curvas, na modelagem de circuitos elétricos, estruturas e aparelhos mecânicos. Um dos problemas que ocorrem mais frequentemente na área cientifica é calcular as raízes de equações da forma $f(x) = 0$, em que $f(x)$ pode ser um polinômio em x. Para isso, usamos métodos numéricos iterativos para determinar aproximadamente a solução real.

O objetivo desse trabalho é comparar os métodos abertos de Newton, da Secante e de Müller. Esses métodos são baseados em fórmulas que exigem valores iniciais de x e que não delimitam necessariamente a raiz. No entanto, as vezes eles divergem ou se afastam da raiz verdadeira a medida que os cálculos prosseguem.

Segundo [2], o Método de Newton é um dos métodos numéricos mais eficientes e conhecidos para a solução de um problema de determinação de raiz e pode ser introduzido de várias formas. A função de iteração resume-se a $x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$, com $k = 1, 2, \ldots$.

O método da secante é uma sequência de passos elementares e uma estratégia similar ao método de Newton. Entretanto, substitui a derivada por um quociente de diferenças $x_{k+1} = x_k - f(x_k) \cdot \frac{x_k - x_{k-1}}{f(x_k) - f(x_{k-1})}$.

Segundo [1], o método de Müller é similar ao método da secante, porém, enquanto o método da secante utiliza uma reta que liga dois pontos na curva para aproximar a raiz, o método de Müller utiliza uma parábola que liga três pontos para determinar a aproximação. A função de iteração é dado por $x_{k+1} = x_k - \frac{2c}{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}$ com $k = 1, 2, \ldots$, a, b e c os coeficientes da parábola interpoladora.

Como critério de parada, usamos o erro relativo com precisão 10^{-3}. As funções possuem as seguintes características: Função 1. $f(x) = x^3 - 7x^2 + 14x - 8$, possui raízes 1,2 e 4;

[1]modsval@gmail.com
[2]hedjany@icloud.com
[3]imezzomo@ufersa.edu.br
[4]matheus@ufersa.edu.br
[5]manoelneto_1@hotmail.com

Função 2. $f(x) = x^5 - 7x^4 - 89x^3 + 695x^2 - 1100x + 500$, possui raízes -10, 1 (multiplicidade 2), 5 e 10; Função 3. $f(x) = x^4 - 50x^2 + 49$, possui raízes -7, -1, 1 e 7; Função 4. $f(x) = x^4 - 2x^3 + x$, possui raízes $0, 1, \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$; Função 5. $f(x) = x^6 - 3x^5 - 24x^4 + 26x^3 + 81x^2 - 135x + 54$, com raízes -3 (multiplicidade 2), 1 (multiplicidade 3) e 6.

Tabela 1: Resultados dos experimentos realizados

	Métodos	Aprox. Iniciais	# Iterações	Raiz Calculada	Erro Relativo
Função 1	Newton	0.5	4	0.999999	0.000836
	Secante	0.2/1.5	10	0.999985	0.000966
	Müller	0.2/0.5/1.5	4	1.000000	0.000141
Função 2	Newton	0.5	10	0.999449	0.000551
	Secante	0.2/1.5	12	1.001499	0.000925
	Müller	0.2/0.5/1.5	7	0.999927	0.000921
Função 3	Newton	0.5	4	1.000000	0.000189
	Secante	0.2/1.5	4	1.000000	0.000106
	Müller	0.2/0.5/1.5	3	1.000000	0.000075
Função 4	Newton	-0.2	4	Não Conv.	Não Conv.
	Secante	-0.5/1.5	1	Não Conv.	Não Conv.
	Müller	-0.5/-0.2/1.5	7	0.000000	0.000074
Função 5	Newton	0.5	14	0.998433	0.000785
	Secante	0.2/1.5	8	1.018208	0.000486
	Müller	0.2/0.5/1.5	18	0.999772	0.000924

Na função 1, o método de Müller e o de Newton convergiram com o mesmo número de iterações, no entanto, no método de Müller o erro relativo foi menor. Na função 2, o método de Müller se mostrou mais eficiente em relação ao número de iterações enquanto o método de Newton possui menor erro relativo. Na função 3, o método de Müller se mostrou mais eficiente tanto em relação ao número de iterações quanto no erro relativo. Na função 4, o método de Newton não convergiu para a raiz provavelmente por que durante a execução do método a derivada da função possui valor muito próximo de zero. E o método da Secante também não convergiu provavelmente por que $f(x_0) \approx f(x_1)$, acarretando em uma divisão por zero, onde x_0 e x_1 são as aproximações iniciais. Na função 5, o método da secante se mostrou mais eficiente tanto em relação ao número de iterações quanto ao erro relativo.

Agradecimentos: Os autores agradecem o apoio da UFERSA e do CNPQ na execução deste trabalho.

Referências

[1] R. L. Burden, D. Faires and A. M. Burden. *Análise Numérica*. 3. ed., Cengage Learning, São Paulo, 2015.

[2] N. B. Franco. *Cálculo Numérico*. 6. Ed., Pearson, São Paulo, 2006.