Trabalho apresentado no XXXIX CNMAC, Uberlândia - MG, 2019.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

A importância do Cálculo Diferencial e Integral para a formação do professor de Matemática da Educação Básica

Amanda Aléssio ¹ Cristiane Nespoli ² Unesp-Presidente Prudente

> Resumo. O presente trabalho foi motivado pelo seguinte questionamento: Qual a importância do Cálculo Diferencial e Integral para a formação do professor de Matemática do ensino fundamental e médio? Com a finalidade de responder essa questão definiu-se como objetivo geral: investigar por que o Cálculo Diferencial e Integral está presente na matriz curricular dos Cursos de Licenciatura em Matemática. Como espaço da pesquisa foram considerados os cursos de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP) presentes nos Câmpus de Bauru, Guaratinguetá, Ilha Solteira, Presidente Prudente, Rio Claro e São José do Rio Preto, e como sujeitos da investigação, docentes destas Unidades que atuam ou atuaram em disciplinas de Cálculo. Trata-se de parte da pesquisa desenvolvida no âmbito do PROFMAT, cujos objetivos específicos buscaram: levantar as regulamentações estabelecidas pelos órgãos responsáveis associadas à obrigatoriedade da disciplina; analisar os Projetos Político Pedagógicos de cada um destes cursos com foco nas disciplinas de Cálculo e identificar como os docentes participantes da pesquisa avaliam a importância das disciplinas de Cálculo na formação dos licenciados. Como instrumento de coleta de dados foram utilizados análise documental e questionário. As etapas do desenvolvimento do trabalho envolveram o estudo inicial dos aspectos históricos associados ao surgimento do Cálculo Diferencial e Integral, visando compreender sua origem e aplicabilidade; o estudo detalhado dos PPP dos cursos compreendidos na pesquisa, à luz das circunstâncias envolvendo as disciplinas de Cálculo nas suas matrizes curriculares, programas de ensino, entre outros. Aqui é apresentada uma breve análise das respostas de 19 docentes a um questionário sobre a ementa, a bibliografia e o papel das disciplinas de Cálculo em seus cursos de Licenciatura em Matemática. Os resultados evidenciaram a compreensão de que o domínio dos conteúdos de Cálculo é instância indispensável na formação do futuro professor e permitiram observar que identificar e explorar aplicações de conceitos trabalhados em Cálculo em conteúdos da Educação Básica, é uma prática docente a ser valorizada.

> Palavras-chave. Cálculo Diferencial e Integral, Formação de Professores, Professor de Matemática, Educação Básica.

¹amandaalessio@hotmail.com. (PROFMAT)

 $^{^2 {\}it cristiane.nespoli@unesp.br.}$

1 Introdução

Tendo em vista os dados envolvendo o desempenho de estudantes, de nível fundamental e médio, em avaliações de aprendizagem promovidas pelo Ministério da Educação (MEC), pode-se deduzir que a Matemática é matéria de difícil aprendizagem. O Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (INEP), através do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb), avalia os níveis de proficiência em Matemática dos estudantes brasileiros dos 5^o e 9^o anos do Ensino Fundamental e do 3^o ano do Ensino Médio. Na edição de 2017 os dados do Inep indicam que a proficiência média nacional em Matemática, tanto no Ensino Fundamental quanto no Médio, alcançou o nível 4, em uma escala que varia de 0 a 10, o que equivale a afirmar que menos de 4% dos avaliados têm conhecimento adequado em Matemática [2]. Por sua vez, conforme dados do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes, do inglês Programme for International Student Assessment (Pisa), em 2015 o Brasil ficou na 66^a posição no ranking mundial de Matemática que avaliou 70 países. Entre os muitos desafios a serem enfrentados para que esse quadro seja revertido está a formação dos professores da Educação Básica. Vale ressaltar que a formação do professor implica na qualidade de ensino, uma vez que o licenciado em Matemática tem a possibilidade de relacionar conteúdos complexos estudados em ambiente universitário àqueles associados ao cotidiano do aluno, dando forma a novas situações de aprendizagens que despertem seu interesse. Neste contexto, investiga-se a importância do Cálculo, disciplina obrigatória que está presente na matriz curricular dos cursos de Licenciatura em Matemática [1]. Por meio de uma pesquisa qualitativa de delineamento analítico descritivo, como objetivo geral tenta-se responder: "Por que o Cálculo está presente na matriz curricular dos cursos de Licenciatura em Matemática?". "Qual a importância do Cálculo Diferencial e Integral para a formação do professor de Matemática?". Como espaço da pesquisa foram considerados os cursos de Licenciatura em Matemática da Unesp, presentes nos Câmpus de Bauru, Guaratinguetá, Ilha Solteira, Presidente Prudente, Rio Claro e São José do Rio Preto, e como sujeitos da investigação, docentes destas Unidades que atuam ou atuaram em disciplinas de Cálculo. Como instrumento de coleta de dados foi utilizado um questionário com o intuito de identificar como os docentes participantes da pesquisa avaliam a importância das disciplinas de Cálculo na formação dos licenciados.

2 Resultados

O questionário, enviado por correio eletrônico para 63 docentes que ministraram/ministram disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral na Unesp, juntamente com uma mensagem introdutória, contou com 19 respostas. As questões, discriminadas na sequencia, são uma adaptação daquelas propostas por [4] quando investigaram a ementa, as referências bibliográficas e o papel da disciplina Análise Real nas Licenciaturas em Matemática. Nas Tabelas 1 e 2 estão sintetizadas as respostas às Questões 1 e 2, e na sequência à Questão 3. Mais adiante a Questão 4, de caráter subjetivo, tem suas respostas analisadas.

Questão 1: Na sequência indicamos alguns dos conteúdos a serem desenvolvidos nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral nos cursos de Licenciatura em Matemática. Indique quais deles deveriam ser trabalhadas de modo indispensável no curso (se for o

caso, acrescente outros).

Tabela 1: Número de indicações e porcentagem da Questão 1.

Conteúdos indicados	Núm.	%(em 19)
Números reais e Funções reais de uma variável real	16	84,2%
Limite e continuidade	19	100%
Derivadas e suas aplicações	19	100%
Sequências e séries numéricas	15	78,9%
Integral e suas aplicações	19	100%
Integrais impróprias	14	73,4%
Noções topológicas do \mathbb{R}^2 e do \mathbb{R}^3 ;	14	73,4%
Funções vetoriais	14	73,4%
Curvas planas e espaciais	13	68,4%
Funções reais de duas ou mais variáveis reais	19	100%
Fórmula de Taylor	18	94,7%
Teoremas da função Implícita e função Inversa	16	84,2%
Integrais duplas e triplas. Aplicações	17	89,5%
Integrais de linha e de superfície	16	84,2%
Opção adcional a	1	5,3%
Opção adcional b	1	5,3%
Opção adcional c	1	5,3%

Questão 2: Indique livro(s) que você recomendaria para as disciplinas de Cálculo Diferencial e integral em um curso de Licenciatura em Matemática (se for o caso, acrescente outros).

Tabela 2: Número de indicações e porcentagem da Questão 2.

Livros indicados	Núm.	% (em 19)
Um Curso de Cálculo – Hamilton L. Guidorizzi	12	63, 2%
O Cálculo com Geometria Analítica – Louis Leitthold	8	42,1%
Cálculo - George B. Thomas	10	52,6%
Cálculo A: Funções Limite, Derivação e Integração	9	47,9%
Diva M. Flemming e Mirian B. Gonçalves		
Opção adic.: Cálculo das Funções de uma variável -Geraldo Ávila	1	5,3%
Opção adic.: Introdução ao Cálculo – Geraldo Ávila	1	5,3%
Opção adic.: Análise Matemática para Licenciatura - Geraldo Ávila	2	10,6%
Opção adic: Cálculo em uma variável real - Plácido Z. Táboas;	1	5,3%
Opção adic.: Cálculo – Stewart	4	21,4%
Opção adic.: Cálculo Dif. e Int.de Funções de Várias Var.	1	5,3%
Diomara Pinto, Maria Candida. F. Morgado		
Opção adic.: Cálculo – Howard Anton	1	5,3%

Questão 3: Pense em uma disciplina (ou num conjunto de disciplinas) que contemple(m) os itens marcados na pergunta 1, com uma abordagem semelhante as bibliografias indicadas na Questão 2. Na sua opinião, todo curso de Licenciatura em Matemática deveria ter essa(s) disciplina(s) como obrigatória(s)?

Neste caso, reponderam 18 docentes responderam SIM, ao passo que apenas 1 respondeu não necessariamente. Ou seja, 94,7% dos docentes defendem a obrigatoriedade da disciplina.

Como se pode visualizar no Tabela 1, 100% dos docentes indicaram os conteúdos Limite e Continuidade, Derivadas e suas aplicações, Integral e suas aplicações e Funções reais de duas ou mais variáveis reais, como indispensáveis para serem trabalhadas nas disciplinas de Cálculo. Por sua vez, o conteúdo Curvas Planas e Espaciais foi indicado por 68,4% dos docentes, sendo este o conteúdo com menor número de indicações. Foram incluídas s opçoes adcionais foram: a.Teorema de Divergência, Green, Stokes e Gauss, b.Equações Diferenciais e Cálculo de Variáveis Complexas, c.Derivação de funções de duas ou mais variáveis reais e funções complexas com 1 indicação cada.

Referente à Questão 2, o livro mais indicado foi Um Curso de Cálculo - Hamilton Luiz Guidorizzi, 63,2% das indicações, seguido de Cálculo - George B. Thomas com 52,6% ;Cálculo A: Funções Limite, Derivação e Integração - Diva Marilia Flemming e Mirian Buss Gonçalves com 47,4% e Cálculo com Geometria Analítica – Louis Leitthold com 42,1%. Foram inseridos outros livros como se observa na Tabela 2.

Questão 4: Se lhe coubesse defender o "Sim" ou o "Não" na pergunta 3, quais argumentos você apresentaria?

Os respondentes (docentes) do questionário foram identificados como D_1 até D_{19} . O docente que indicou "não necessariamente", com relação a obrigatoriedade da disciplina na Licenciatura, respondeu: D_2 : "Se me coubesse defender o Sim, eu apresentaria os seguintes argumentos: O Cálculo além de permitir uma base teórica (a Análise Matemática) também permite um leque de aplicações. Se olharmos quando da criação do Cálculo por Isaac Newton, este serviu como importante ferramenta para seus estudos."

As respostas à essa questão lançam uma variedade de argumentos, entre eles o fato da disciplina permitir a consolidação de uma base teórica e possuir carácter de aplicabilidade são os mais comuns: D_4 :"O futuro professor de Matemática deve estar preparado com esses conhecimentos, tanto pra dar aula como para realizar pesquisas bibliográficas nessa linha de estudo." D_5 : "Todo aluno do Curso de Matemática deve ter uma base ter uma formação sólida em Matemática." D_6 : "Tratando-se de um curso de Matemática, ainda que de Licenciatura, vejo como indispensável introduzir aos alunos o formalismo e rigor matemático, o qual é muito bem explorado no livro do Guidorizzi por exemplo. Isso sem dúvida não exclui que devamos também motivar os conceitos tanto quanto possível com exemplos aplicados, e por isso eu costumo usar também o livro do Stewart, o qual apresenta uma abordagem com menos rigor e com exemplos mais diversos. " D_7 : "Na minha opinião os conteúdos marcados são fundamentais nos cursos de Cálculo Diferencial e Integral, pois contemplam o conteúdo base para outras disciplinas mais complexas, além do desenvolvimento do raciocínio lógico do aluno." D_9 : "Os temas e ideias do Cálculo Diferencial e Integral são fundamentais para a formação do professor de Matemática.

Nessas disciplinas é que podemos desenvolver e ampliar a compreensão sobre funções e sobre o universo dos números." D_{15} : "Eu entendo que os conteúdos assinalados na pergunta 1 devem fazer parte de qualquer curso da área de exatas e portanto, ao curso de Matemática também, mesmo sendo um curso de Licenciatura. Isso tem a contribuir para a formação do futuro professor de Matemática. O livro do Stewart possui muitas aplicações, projetos e notas históricas, o que pode deixar a leitura mais agradável." D_{17} : "Os alunos precisam ter conhecimento desses conceitos, bem como suas relações com os conceitos da Educação Básica."

Nestas respostas é reiterada a importância do professor ter uma base sólida em sua formação, devendo estar preparado, através dos conhecimentos adquiridos, para a prática docente. Além do formalismo e rigor da disciplina, o docente deve ter conhecimento de seus conceitos e a capacidade de relacioná-los com os conteúdos ensinados na Educação Básica. Entretanto, as respostas não fornecem elementos que permitam entender a relevância dessa "base sólida", "conceitos e aplicações" na prática docente.

Por outro lado, uma possível revisão no tratamento da disciplina e nas referências, é considerada por três dos respondentes, conforme segue. D_{11} : "Historicamente, essas disciplinas estão há anos nas grades curriculares das Licenciaturas. Os conteúdos são importantes para que o estudante (re)construa vários conceitos matemáticos, os quais era ensinar de forma direta ou indiretamente no Ensino Médio, como professor de Matemática. No entanto, entendo que as abordagens dadas às disciplinas de Cálculo precisam ser revistas." D_{13} : "Sim, entretanto com abordagens bem feitas mas não muito profundas. Não sei dizer se existe literatura que abranja todo o conteúdo proposto. Creio ainda que deveria ser um conjunto de disciplinas encadeadas." D_{19} : "Considero essas referências importantes nas disciplinas Cálculo Diferencial e Integral, mas não é possível segui-las sem adaptações que se fazem necessárias quando se trata de um curso de Licenciatura em Matemática."

Nas respostas 11,13 e 19 é evidente a preocupação com as relações entre a formação Matemática e as demandas de conhecimento da pratica docente escolar. Os respondentes realçam a importância da disciplina de Cálculo na Licenciatura porém, relatam que as abordagens dos conteúdos da disciplina, bem como a bibliografia utilizada precisam ser revistas. Uma reflexão bastante significativa foi apresentada pelo D_{18} : "Uma condição sine qua non para o professor ensinar Matemática é o conhecimento do conteúdo. O problema é a qual conteúdo nos referimos? O professor precisa conhecer profundamente o conteúdo específico da disciplina, como ele é/foi produzido (que se refere à natureza do conhecimento matemático trabalhado) e não se limitar ao conhecimento de algoritmos e técnicas. Além disso, o professor deve conhecer o "para que"e "por que"é importante ao aluno aprender tal conteúdo. Isso tudo é o que estou chamando de conhecimento do conteúdo. O autor Shulman ressalta que além do conhecimento do conteúdo, o professor é aquele que deve conhecer "como ensinar" tal conteúdo, além do conhecimento curricular ou seja, de como os conceitos dessa disciplina se relacionam com outros. Assim, penso que para um curso de Licenciatura em Matemática, o Cálculo Diferencial e Integral deva ser ensinado não só apresentando-se os conceitos e seus Cálculos, mas de modo a promover uma reflexão no futuro professor de Matemática de como tais conceitos abordados na disciplina se relacionam aos conteúdos que irão ensinar no Ensino Fundamental e Médio.

5

E, para isso, penso que nenhum dos livros indicados na questão 2, sozinhos, dão condições para uma abordagem de tal natureza. Será necessário um professor capaz de relacionar e discutir os conteúdos e aplicações abordados em Cálculo ao contexto escolar."

O docente D_{18} reforça a relevância do conhecimento matemático: "para que" e "por que" da importância do aluno do ensino básico aprender tais conteúdos e faz menção ao autor Shulman. Em [?] são descritas três categorias do conhecimento do professor: o conhecimento específico ou conhecimento da matéria ensinada; no qual busca compreensões da estrutura matéria ensinada, conhecimento pedagógico; trabalhar a matéria em sala de aula de modo compreensível para o aluno, e o conhecimento curricular; baseia- se em conhecer currículo como o conjunto de programas elaborados para o ensino de assuntos em um dado nível.

A ideia de um futuro professor crítico, com "maturidade intelectual" foi sustentada na resposta dos docentes D_{10} , D_{14} e D_{16} . Acreditam que a disciplina proporciona um estímulo ao raciocínio do aluno-professor, tornando-o um profissional crítico e capaz, preparado para trabalhar em sala de aula com noções elementares vistas na graduação, somado ao conhecimento matemático em um estágio mais elevado em relação aos demais níveis de ensino. Tais argumentos reforçam a teoria de Paulo Freire [3] de que: "Não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino".

O docente D_{11} descreve alguns dos conteúdos que o Cálculo permite trabalhar na Educação Básica como comportamento de funções, taxa de variação, áreas e volumes.

O fato do Cálculo ser uma disciplina moderna, com aplicações em diversas áreas da ciências, é destacado pelo docente D_{12} : "Penso que a disciplina Cálculo Diferencial e Integral é fundamental na formação de qualquer professor de Matemática principalmente por estar relacionada às questão modernas na Ciência e Tecnologia e ao próprio desenvolvimento de temas da Educação Básica como números reais, números complexos e o estudo de funções." Ainda de acordo com o respondente, também é importante o professor levar em consideração os aspectos históricos e a formulação de problematizações com temas relevantes. Termina seu comentário sugerindo a inclusão nos cursos de Licenciatura, de temas ligados ao desenvolvimento da Matemática e sua relação com outras disciplinas, embora não mencione quais temas e quais disciplinas.

O Docente D_3 lançou uma série de argumentos sobre o modo pelo qual os conceitos estudados na disciplina de Cálculo justificam os conteúdos ministrados na Educação Básica.

De acordo com os dados coletados, observa-se que apenas um dos respondentes considerou a não obrigatoriedade da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, e este, contraditoriamente (do ponto de vista desta autora), destacou "O Cálculo além de permitir uma base teórica (a Análise Matemática) também permite um leque de aplicações". Ou seja, com esta afirmação fica subentendida a importância dos conteúdos de Cálculo, inseridos no contexto da Análise. Diante do cenário anteriormente apresentado, na concepção dos docentes entrevistados, pode-se afirmar que a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral é considerada indispensável para o curso de Licenciatura em Matemática. Dessa forma, partindo do fato de que é importante e essencial ter um conhecimento amplo e aprofundado dos conteúdos que são ministrados em sala de aula, faz-se necessário buscar e examinar mais a fundo o que isto significa [5].

3 Conclusões

As respostas apresentadas por 19 docentes que atuam em disciplinas de Cálculo permitiu constatar serem capazes de situar o papel disciplina na formação do futuro professor. Dentre os argumentos, podem ser destacados o fato de que o Cálculo permite uma base teórica sólida; diversidade de aplicações nas áreas do conhecimento; uma maior percepção, ampliação, e compreensão dos conteúdo de funções, taxa de variação, área e volume; noções de limite, derivada e integral para articular problemas e exemplificar situações que irá confrontar na prática escolar, além de relacionar conteúdos que ministrará no ensino básico. Assim, o docente se tornará mais crítico, completo, pronto para atuar na sala de aula. Evidencia-se, portanto, a compreensão de que o domínio dos conteúdos de Cálculo, e de suas possíveis aplicações na Educação Básica, é instância indispensável na formação do futuro professor, munindo-o de um dos referenciais teóricos necessários para a eficiência do processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Além disto, uma questão que norteia muitos pesquisadores é reconhecer quais são de fato os conhecimentos fundamentalmente necessários à formação do professor de Matemática. Fica claro que os conhecimentos adquiridos na graduação e a prática docente devem andar de mão dadas, mas a tarefa que consiste em associar o que se aprende com a prática escolar é complexa, conforme [?, 4]: "trata- se de superar essa visão dicotomizada da relações entre formação matemática sólida e as demandas de conhecimento da prática docente escolar".

4 Referências

Referências

- [1] BRASIL. Parecer CNE/CES 1.302/2001. Ministério da Educação: Concelho Nacional de Educação. Brasília, 2001.
- [2] BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Saeb 2017: Resultados do Saeb 2017. Brasília: 2018.
- [3] P. Freire. Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa. *Paz e Terra*, 50 ed., 2015.
- [4] P. C. Moreira, H. N. Cury e C.R. Vianna, C. R. Por que análise real na Licenciatura? Zetetiké, Campinas, SP, v.13, n. 23, p. 11-42, jan./jun. 2005.
- [5] A. M. P. D. Savioli, D. F. Carvalho e H. R. A. Elias. A Matemática na formação do professor de Matemática: um estudo a partir de teóricos brasileiros. *In: XVI Conferência Interamericana de Educação Matemática - CIAEM - IACME*, Chiapas, México,2015.
- [6] L. S. Schulman. Conocimiento y enseñanza: fundamentos de la nueva reforma. Profesorado. Revista de Currículum y Formación de Profesorado, v.9, n.2, Granada, España, 2005, p.1-30.