

**Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**

---

## Modelagem Matemática do Crescimento Microbiano e Formação de Produto, por *K. marxianus*

Dennis Da Silva Ferreira <sup>1</sup>  
Pedro Alexandre da Cruz <sup>2</sup>  
Leandra Cristina Crema Cruz<sup>3</sup>  
Universidade Federal do Tocantins (UFT)

### 1 Introdução

O Estudo da cinética de um processo fermentativo consiste inicialmente em uma análise da progressão dos valores de concentração de um ou mais componentes do sistema de cultivo, em função do tempo de fermentação. Entende-se como componente do sistema de cultivo, o microrganismo escolhido (biomassa), o metabólito (produto do metabolismo) e o substrato juntamente com os nutrientes que compõem o meio de cultura. Sem o conhecimento da cinética do processo fermentativo, dificulta a implementação industrial de um processo em escala laboratorial para uma escala industrial, e é através dos dados experimentais de concentração tais como:  $X(t)$  = microorganismos fermentadores,  $S(t)$  = substrato consumido e  $P(t)$  = produtos gerados no bioprocessos, é que podemos ter uma noção do que ocorre durante a fermentação [1, 2]. A modelagem de uma fermentação ideal deveria prever o resultado de milhares de processos de biotransformação e/ou transformações química que ocorrem em um meio de cultivo, pela ação dos microrganismos, porém sabemos que uma descrição completa de todos os processos de integração metabólica pertinente ao crescimento microbiano seria extremamente complexo e até mesmo impossível [3]. O objetivo deste trabalho foi realizar a modelagem cinética do processo de formação de produto e crescimento de biomassa por *K. marxianus*, através da equação logística e o modelo de Luedeking-Piret para formação de produto.

#### 1.1 Modelos de Cinética

Neste trabalho será utilizada a equação logística para analisar o crescimento de biomassa, como vemos abaixo:

$$\frac{dX}{dt} = \mu \left( 1 - \frac{X}{X_{max}} \right) X \quad (1)$$

onde  $X$  é a concentração de biomassa ( $g/L$ ),  $X_{max}$  é a concentração máxima de biomassa ( $g/L$ ),  $t$  é o tempo de fermentação ( $h$ ),  $dX/dt$  é a taxa de crescimento [ $g/(L.h)$ ] e  $\mu$  é a taxa de crescimento específico ( $h^{-1}$ ).

---

<sup>1</sup>dennis100@uft.edu.br

<sup>2</sup>pedrocruz@uft.edu.br

<sup>3</sup>leandracruz@uft.edu.br

Para o estudo da relação entre o crescimento de biomassa e a formação de produto, neste trabalho, foi utilizado a equação de velocidade da formação de produto do modelo de Luedeking-Piret, como segue

$$\frac{dP}{dt} = \beta X \quad (2)$$

onde  $\beta$  é a constante associada a biomassa no modelo de Luedeking-Piret [ $g/(g.h)$ ] e  $P$  é a concentração do produto formado ( $g/L$ ).

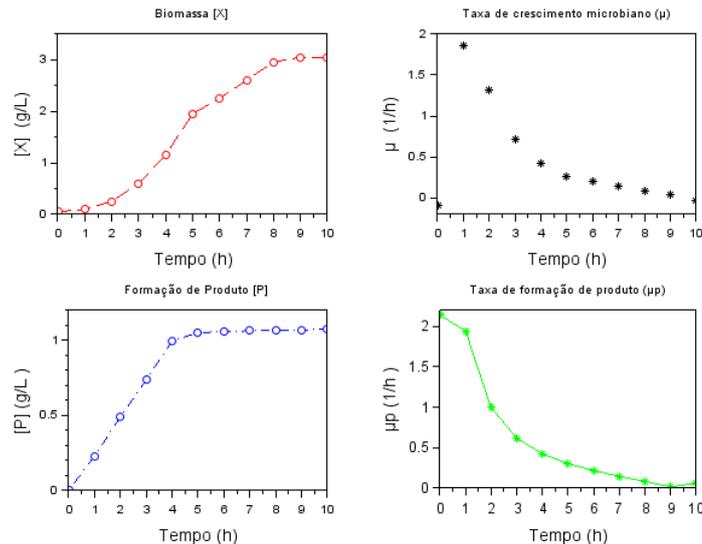


Figura 1: Crescimento de Biomassa [X] e respectiva Taxa de Crescimento, Formação de Produto [P] e respectiva Taxa de Crescimento.

Da Figura 1 observa-se que formação do produto é um processo que está associado ao crescimento de biomassa, e que ao final da fase log de crescimento a formação de produto torna-se constante, ou seja, a levedura *K. Marxianus* tem um comportamento de formação produto associado ao crescimento microbiano, facilitando a otimização do processo.

## Referências

- [1] W. Schmidell, U. A. Lima, E. Aquarone and W. Borzani. *Biotechnologia Industrial*, 1ª edição. Edgard Blücher Ltda, São Paulo, vol.2, 2001.
- [2] N. P. Caninas e A. F. C. VIEIRA. Curvas de crescimento e otimização de um processo industrial de fermentação, *In: 17º Encontro Nacional de Engenharia de Produção*, 1997, Gramado - RS. ENEGEP 97, 1997.
- [3] M. T. LEITE. Otimização da produção do ácido láctico através da fermentação do soro de queijo por *Lactobacillus helveticus*. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, 2006.