Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 7, n. 1, 2020.

Trabalho apresentado no XXXIX CNMAC, Uberlândia - MG, 2019.

**Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**

# Linha Elástica de Vigas Bi-Apoiada via Método de Rayleigh-Ritz

Eliton Voronovcz[1]
Adilandri Mércio Lobeiro [2]
Jeferson Rafael Bueno [3]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campo Mourão

## 1 Introdução

As vigas são elementos estruturais onde sua função principal é suportar os esforços de flexão, cortante e torção, originárias dos carregamentos em que a mesma esta submetida. Frequentemente nas especificações de projeto de uma viga, além dos esforços, deve ser considerado o valor máximo admissível para o deslocamento (flecha) da viga, sendo normalmente obtidas por meio de uma função matemática da linha elástica que são obtidas de forma analítica [1].

Porém em algumas situações não é possível obter a Solução Analítica (SA), sendo necessário a utilização de soluções aproximadas por meio de métodos numéricos. Diante disso, o objetivo deste estudo é apresentar o Método de Rayleigh-Ritz (MRR) como uma técnica variacional para realizar a aproximação, sendo aplicado em um estudo de caso com SA para compará-lo com a mesma, de modo que venha comprovar a eficiência do método para então aplicar em um problema matemático que não possui solução.

## 2 Método de Rayleigh-Ritz

Ao descrever o MRR, é considerado a aproximação para a solução de contorno de dois pontos de análise de tensão em uma viga. Esse Problema de Valor de Contorno (PVC) que foi apresentado em [2], é descrito pela Equação Diferencial Ordinária (EDO)

$$-\frac{d}{dx}\left(p(x)\frac{dy}{dx}\right) + q(x)y = f(x), \tag{1}$$

em que $p(x)$ e $q(x)$ são funções que dependem das características físicas e geométricas da viga, enquanto que $f(x)$ é a função do carregamento. Assim como os PVC's que descrevem fenômenos físicos, a solução da EDO satisfaz uma propriedade variacional.

[1]elitonvoronovcz@alunos.utfpr.edu.br
[2]alobeiro@utfpr.edu.br
[3]jefersonrafael@utfpr.edu.br

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics. v. 7, n. 1, 2020.



O principio variacional caracteriza a solução da equação da viga como a função que minimiza certa integral entre todas as funções em $C_0^2[0, L]$ (classe de funções contínuas e diferenciáveis até a segunda ordem que se anulam nas fronteiras). Desta forma, o conjunto de funções viáveis são reduzidas, resultando em uma aproximação para a solução.

Para estudo de caso, adotou-se uma viga metálica com aço $A36$, seção do tipo $I$ soldada, da série CVS com perfil $300 \times 66$, que de acordo com [3] possui Módulo de Elasticidade ($E$) de $200GPa$ e Massa Específica ($\rho$) de $7.850kg/m^3$, área da seção transversal de $84,5cm^2$ e inércia ($I$) de $14.310cm^4$. Foram adotados, comprimento ($L$) de $6m$ e carregamento distribuído ($w$) de $15kN$. Este problema matemático, de acordo com [1] possui a seguinte solução analítica

$$y = -\frac{wx}{24EI}\left(x^3 - 2Lx^2 + L^3\right). \tag{2}$$

Por meio de um algoritmo implementado no software $Maple^{®}$ 2018, considerou-se $n = 59$ repartições do elemento e utilizou-se um conjunto de B-splines como funções bases, pois as mesmas pertencerem a classe $C_0^2[0, L]$ e possuem uma maior aproximação que os polinômios lineares, sendo que estes não pertencerem a classe citada.

Com a aproximação obtida por meio do MRR, obteve-se os dados apresentados na Figura 1, onde é apresentado os resultados nos pontos onde encontram-se o menor e o maior Erro Percentual (EP), e o ponto onde possui a maior deflexão.

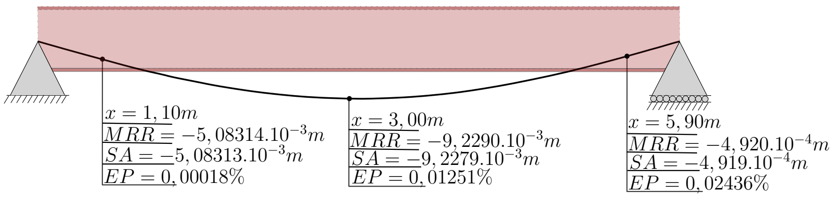


Figura 1: Linha elástica da viga.

Com base nos resultados obtidos, pode-se verificar a eficiência do MRR. Cabe ressaltar que quanto maior o numero de repartições, menor será o erro adquirido, porém em consequência, o tempo de processamento computacional será maior.

# Referências

[1] R. S. Hibbeler *Resistência dos Materiais, 7a. edição.* Pearson Prentince Hall, São Paulo, 2010.

[2] R. L. Burden, J. D. Faires and A. M. Burden. *Análise Numérica, 3a. edição.* Cengage Learning, São Paulo, 2015.

[3] A. S. C. Souza *Dimensionamento de Elementos e Ligações em Estruturas de Aço.* EduFSCar, São Carlos, 2017.

 