Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 7, n. 1, 2020.

Trabalho apresentado no XXXIX CNMAC, Uberlândia - MG, 2019.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Solução numérica do problema da torção elastoplástica em domínios não retangulares

Wilian F. Rocha[1]
Graduado em Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Montes Claros
Daniel A. Gutierrez-Pachas[2]
Departamento de Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora
Sandro R. Mazorche[3]
Departamento de Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora

1 Introdução

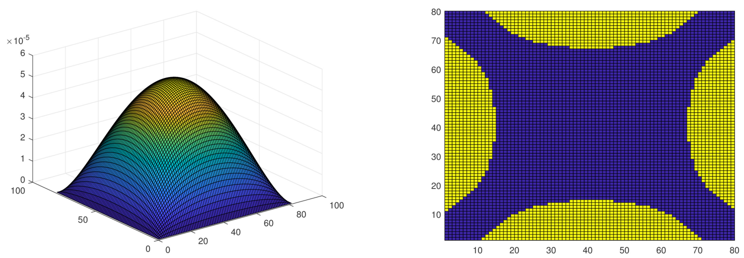
O problema da torção elastoplástica (ou simplesmente, PTE) com domínio $\Omega \subset \mathbb{R}^2$, consiste em determinar $u \in \mathbb{K}_\nabla = \{u \in \mathcal{H}_0^1(\Omega) : \|\nabla u\| \leq 1\}$, que verifique

$$\int_\Omega \nabla u \nabla (v-u)dx \geq \tau \int_\Omega (v-u)dx, \ \forall v \in \mathbb{K}_\nabla. \tag{1}$$

Brevemente, o PTE consiste em determinar as regiões,

$$\Omega_{\mathrm{E}} = \{(x,y) \in \Omega) : \|\nabla u(x,y)\| < 1\} \quad \text{e} \quad \Omega_{\mathrm{P}} = \{((x,y) \in \Omega) : \|\nabla u(x,y)\| = 1\}, \tag{2}$$

que representam a região elástica e plástica, respectivamente. Na Figura 1 ilustramos a solução de (1) e as regiões definidas em (2) quando o domínio é retangular.



(a) Função $u \in \Omega \to \mathbb{R}$ (b) Ω_{E} (azul) e Ω_{P} (amarelo) .

Figura 1: Solução numérica do PTE em um domínio retangular.

Em [1], foram combinados o Método de Diferenças Finitas (MDF) e o algoritmo de ponto interior FDA-MNCP (em inglês, Feasible Directions Algorithm for Mixed Nonlinear Complementarity Problem) para obter a solução numérica do PTE. Outros problemas de complementariedade podem ser vistos em [2].

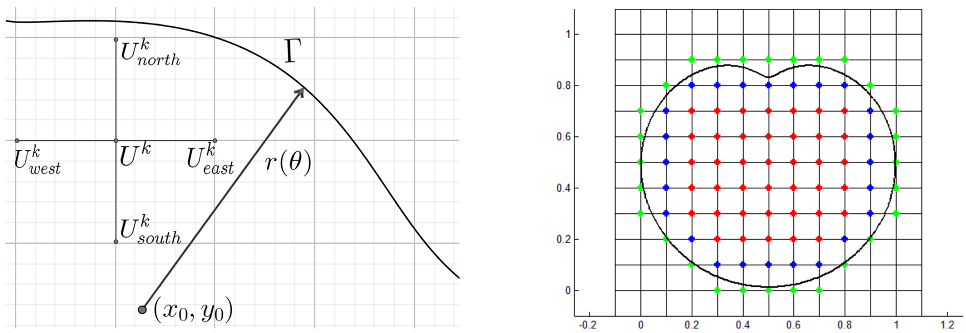
[1]wilianf10@hotmail.com
[2]daniel.gutierrez@ufjf.edu.br
[3]sandro.mazorche@ufjf.edu.br

2 Metodologia

Propomos estender os resultados de [1], para domínios não retangulares. Este é um problema bastante complexo devido à grande variedade de geometrias que um domínio pode assumir. Para fins práticos, assumimos que a curva que delimita a geometria do domínio (isto é, Γ) é conhecida e é definida como segue: $\big(x, y\big) = \big(x_0, y_0\big) + \big(r(\theta)\,\mathrm{sen}\,\theta, r(\theta)\big)\cos\theta\big)$. Dado um ponto de referência da malha k, escrevemos a solução aproximada nesse ponto por U^k. Seguindo o esquema em diferenças descrito na Figura 2 (a), escrevemos o valor aproximado do módulo do vetor gradiente e o operador Laplaciano no ponto de referência k, como segue:

$$\begin{aligned} \|\nabla u(k)\|^2 &\approx \left(\frac{U^k_{east} - U^k_{west}}{2h}\right)^2 + \left(\frac{U^k_{north} - U^k_{south}}{2h}\right)^2, \\ \triangle u(k) &\approx \frac{U^k_{east} - 2U^k - U^k_{west}}{h^2} + \frac{U^k_{north} - 2U^k - U^k_{south}}{h^2}. \end{aligned} \tag{3}$$

Com base no esquema (3), o primeiro passo é classificar os pontos da malha. Na Figura 2 (b) representamos este processo de classificação. Os pontos internos são de cor vermelha, e os pontos internos e externos mais próximos de Γ são de cor azul e verde, respectivamente. Propomos resolver o PTE considerando uma aproximação interna (ou seja, internos sendo os pontos de cor vermelha e externos os pontos de cor azul), uma aproximação externa (ou seja, internos sendo os pontos de cor vermelho e azul e os externos os pontos de cor verde). Outras alternativas como interpolação entre os pontos verde e azul estão em andamento.



(a) Esquema numérico. (b) Classificação dos pontos.

Figura 2: Proposta numérica para resolver o PTE em domínios não retangulares.

Referências

[1] B. M. Fernandes, D. A. Gutierrez-Pachas e S. R. Mazorche, Esquemas de complementariedade para um modelo elastoplástico, *V Encontro Regional de Matemática Aplicada e Computacional,* UFAL, Alagoas, Maceio, 2018.

[2] A. R. Gutierrez, S. R. Mazorche, J. Herskovits and G. Chapiro. An Interior Point Algorithm for Mixed Complementarity Nonlinear Problems, *Journal of Optimization Theory and Applications,* volume 175(2), pages 432–449, 2017.

