Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 7, n. 1, 2020.

Trabalho apresentado no XXXIX CNMAC, Uberlândia - MG, 2019.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Modelos com Migração Dependente da Densidade para Formação de Padrões

Marcelo Cargnelutti Rossato [1]
Universidade Federal de Santa Maria, UFSM, Santa Maria, RS
Diomar Cristina Mistro [2]
Universidade Federal de Santa Maria, UFSM, Santa Maria, RS
Luiz Alberto Díaz Rodrigues [3]
Universidade Federal de Santa Maria, UFSM, Santa Maria, RS

1 Introdução

Neste trabalho, formulamos um modelo discreto do tipo Redes de Mapas Acoplados com movimentação dependente da densidade para descrever processos de agregação e consequente formação de padrões espaciais heterogêneos [1, 2].

2 Modelo I

Considerando N_x^t a densidade de indivíduos no sítio x, no tempo t, partimos da equação

$$N_x^{t+1} = (1 - \mu(N_x^t))N_x^t + \sum_{y \in V_x} \frac{\mu(N_y^t)}{\|V_y\|} N_y^t, \tag{1}$$

que descreve a densidade de indivíduos no sítio x, no instante $t + 1$ como soma dos indivíduos que permaneceram em x com aqueles que migraram para este sítio provenientes dos sítios vizinhos. A função $\mu(N_x^t)$, principal ingrediente nesta formulação, descreve a fração de indivíduos que deixa o sítio x, V_x representa a vizinhança de x e $\|V_y\|$, o número de sítios da vizinhança de y.

Para descrever o processo de agregação, consideramos, num primeiro momento, que a densidade de indivíduos que deixa um determinado sítio é alta quando a densidade neste sítio for baixa ou demasiadamente alta. Refletindo o fato de que os indivíduos apresentam uma melhor performance em densidades intermediárias, $\mu(N_x^t)$ assume valores baixos em uma determinada faixa (k_1, k_2). Propomos, então,

$$\mu(N_x^t) = \frac{1}{1 + e^{\beta(N_x^t - k_1)}} + \frac{1}{1 + e^{\beta(k_2 - N_x^t)}}, \tag{2}$$

[1] marcelocrossato@gmail.com
[2] dcmistro@gmail.com
[3] ladiazrodrigues@gmail.com

onde k_1 e k_2 são os limites inferior e superior da faixa considerada adequada para estes indivíduos e β determina a intensidade da transição entre a faixa desejada e as demais.

Notamos que neste modelo, os indivíduos deixam o sítio em que se encontram e migram equitativamente para todos os sítios da vizinhança, independentemente de quão populosos estejam. Desta forma, podem migrar para posições piores, do ponto de vista de agregação, do que a posição em que se encontravam anteriormente.

3 Modelo II

Embora o modelo I possa representar suficientemente bem o comportamento de espécies com capacidade sensorial pouco desenvolvida (ou com capacidade sensitiva local), espécies mais sofisticadas do ponto de vista sensorial, podem perceber (seja visualmente ou através de feromônios, por exemplo) a densidade de seus coespecíficos ao redor de onde se encontram e assim, migrar preferencialmente para posições da vizinhança onde a densidade populacional se encontra no intervalo adequado.

Desta forma, para levar em conta este comportamento mais sofisticado, propomos a equação

$$N_x^{t+1} = (1 - \mu(N_x^t))N_x^t + \sum_{y \in V_x} k(x,y) N_y^t, \tag{3}$$

onde $k(x,y) = \mu(N_y^t)\dfrac{g(N_x^t)}{\sum\limits_{z \in V_y} g(N_z^t)}$ é a fração de indivíduos que migra de y para x. Da fração $\mu(N_y^t)$ que deixa o sítio y, $\frac{g(N_x^t)}{\sum_{z \in V_y} g(N_z^t)}$ migra para o sítio x, onde $g(N_x^t) = \dfrac{1}{1 + e^{\beta(k_1 - N_x^t)}} - \dfrac{1}{1 + e^{\beta(k_2 - N_x^t)}}$ descreve a preferência dos indivíduos em migrar para sítios onde a densidade populacional esteja no intervalo (k_1, k_2).

4 Conclusões

Através de simulações numéricas determinamos regiões de parâmetros para os quais os modelos propostos apresentam padrões homogêneos, padrões heterogêneos dinâmicos e padrões heterogêneos estáveis.

Referências

[1] Q. X. Liu, A. Doelman, V. Rottschäfer, M. Jager, P. M. J. Herman, M. Rietkerk and J. van de Koppel. Phase separation explains a new class of self-organized spatial patterns in ecological systems. *PNAS*, 110(29):11905-11910, 2013.

[2] L. A. D. Rodrigues, D. C. Mistro and S. Petrovskii. Pattern Formation, Long-Term Transients, and the Turing–Hopf Bifurcation in a Space- and Time-Discrete Predator–Prey System. *Bull Math Biol*, 73:1812–1840, 2011.