Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 7, n. 1, 2020.

Trabalho apresentado no XXXIX CNMAC, Uberlândia - MG, 2019.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Sobre a adequação em tableaux para o sistema I^1

Luiz Henrique da Cruz Silvestrini [1]
Universidade Estadual Paulista, UNESP, FC, Bauru
Elias Oliveira Vieira dos Santos[2]
Universidade Estadual Paulista, UNESP, FC, Bauru

1 Introdução

O sistema I^1 foi introduzido em 1995 por Sette e Carnielli. Este sistema apresenta um caráter intuicionista, no mesmo sentido do sistema lógico desenvolvido por Arend Heyting (1898-1980), o qual surgiu como a lógica subjacente a matemática construtivista, por exemplo, $\neg\neg A \to A$ não é uma tautologia em I^1. Ademais, o sistema I^1 é uma lógica trivalorada que, ao contrário da lógica clássica, não admite apenas dois valores de verdade, mas sim três, estes são T, F^* e F. Os valores T e F denotam, respectivamente, verdade e falsidade, enquanto que F^* pode ser interpretado como "falsidade por falta de evidência positiva". O objetivo deste trabalho é desenvolver um método dedutivo alternativo ao axiomático para a lógica intuicionista I^1, propõe-se aqui, então, apresentar um sistema de tableaux analíticos para tal lógica e esboçar os caminhos para a adequação dedutiva entre os sistemas, explicitando os teoremas necessários para que toda dedução obtida em tableau, também seja deduzida no sistema axiomático original de I^1.

2 O Sistema I^1

O sistema I^1 pode ser caracterizado pelos seguintes axiomas:

(Ax1) $A \to (B \to A)$

(Ax2) $(A \to (B \to C)) \to ((A \to B) \to (A \to C))$

(Ax3) $(\neg\neg A \to \neg B) \to ((\neg\neg A \to B) \to \neg A))$

(Ax4) $\neg\neg(A \to B) \to (A \to B)$

[1]lh.silvestrini@unesp.br
[2]elias.ov.santos@unesp.br

A *Modus Ponens* $(A, A \to B \vdash B)$ é a única regra de inferência do sistema. A contraparte semântica pode ser vista pelo conjunto de matrizes $I^1 = (\{1, \frac{1}{2}, 0\}, \to, \neg, \{1\})$, como definido em [1].

O sistema I^1 pode ser visto como a lógica das sociedades biassertivas fechadas, as quais oferecem uma nova perspectiva fundacional à questão do raciocínio de caráter intuicionista. As Semânticas de Sociedades foram introduzidas por Carnielli e Lima-Marques (cf. [1]), e podem ser aplicadas em banco de dados aeronáuticos.

3 O sistema de tableaux TI1

As regras de expansão introduzidas no sistema de tableaux TI1 são obtidas inspiradas no trabalho de Smullyan (cf. [2]).

Regras para o operador $[\neg]$

$$\frac{1 \quad \neg A}{0 \quad \mathrm{A}} \qquad \frac{0 \quad \neg A}{1 \quad A \mid 1/2 \quad A}$$

Regras para o operador $[\to]$

$$\frac{1 \quad A \to B}{0 \quad A \mid 1/2 \quad A \mid 1 \quad B} \qquad \frac{0 \quad A \to B}{\begin{array}{c} 1 \quad A \mid 1 \quad A \\ 1/2 \quad B \mid 0 \quad B \end{array}}$$

Observamos que não temos a valoração $\frac{1}{2}$ como resultado de nenhum operador nas matrizes de I^1 (cf. [1]), logo, não temos regras de expansão para tal valoração, uma vez que quando ocorrer esta situação em um tableau, fechamos imediatamente o ramo (cláusula de fechamento).

4 Considerações finais

Neste trabalho investigamos os resultados suficientes para que toda dedução analítica ($\Vdash$) do nosso sistema de tableaux TI1, tenha uma dedução pela consequência semântica ($\vDash$) do sistema I^1, esquematicamente propomos: $\Gamma \Vdash A \Rightarrow \Gamma \vDash A$ (*). Para este fim, estabelecemos algumas definições, tais como, de *conjunto descendentemente saturado* e de *conjunto satisfatível*. A partir disso, a demonstração de (*) é obtida por contraposição.

Referências

[1] W. A. Carnielli and M. Lima-Marques. Society semantics for multiple-valued logics. In W. A. Carnielli and I. M. L. D'Ottaviano, editors, *Advances in Contemporary Logic and Computer Science*, volume 235 of Contemporary Mathematics Series, pp.33-52. American Mathematical Society, 1999.

[2] R. M. Smullyan. *First-order logic*, New York: Springer-Verlag / Dover Publication, 1968.

