

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Modelagens Alternativas das Oscilações das Asas de Aviões do tipo Electra¹

Lohanna Paiva ²
FEMEC

1 Introdução

O protótipo da Lockheed L-188 Electra fez seu primeiro voo 1957, despertando o desejo de muitas companhias, ultrapassando rapidamente o número de 100 pedidos. Entretanto, nos anos de 1959 e 1960, uma série de acidentes ocorridos com estas aeronaves abalou as expectativas de vendas da empresa, conforme [2]. Investigações concluíram que a causa para as rupturas da estrutura da asa, ocorridas na fase mais segura do voo (altitude de cruzeiro) e em excelentes condições meteorológicas, foram causadas por vibrações dos nacelles, que foram repassadas à asa na mesma frequência de vibração destas.

Diante disso, o objetivo da pesquisa é considerar dois modelos matemáticos para estudar tais oscilações. No primeiro, uma modelagem discreta, conduzindo a um problema de valor inicial para uma equação diferencial ordinária, e no segundo um modelo contínuo, resultando em um problema de valor inicial e de contorno para uma equação diferencial parcial.

2 Metodologia

Os aviões do tipo Electra possuem duas hélices em cada asa, movidas por motores que imprimem forças externas, provocando oscilações das mesmas. A modelagem clássica para o deslocamento $u(t)$ da asa no instante t , no ponto onde está localizado cada nacelle, leva a um problema de valor inicial do tipo

$$\begin{aligned} m.u''(t) + b.u'(t) + k.u(t) &= f(t), \\ u &= u_0 \text{ e } u'(0) = v_0, \end{aligned} \tag{1}$$

onde $f(t)$ é a força impressa pelo nacelle no instante t . Ao aplicarmos este modelo em cada asa do avião, é necessário duas equações diferenciais ordinárias, uma para cada asa.

¹versão 1.2.

²lohmap@yahoo.com.br

Entretanto, julga-se inadequada tal modelagem, uma vez que a oscilação provocada por um dos nacelles é propagada, através da asa, até o outro ponto onde está localizado o segundo nacelle. Assim, assumindo cada asa de comprimento l , chamando de $u(x, t)$ o deslocamento do ponto x da asa no instante t , e usando as leis físicas de movimento, chegamos ao seguinte problema de valor inicial e de fronteira

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c^2 \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b \cdot \frac{\partial u}{\partial t} + k \cdot u &= f(t, x), \\ u(x, 0) = u_0(x) \text{ e } u_t(x, 0) = g(x), \text{ para } \forall x \in [0, l], \\ u(0, t) &= 0, \forall t > 0, \end{aligned} \quad (2)$$

em que $f(x, t)$ é a força externa atuando no ponto x da asa, no instante t . Dois tipos de condições de contorno foram consideradas na extremidade $x = l$, a saber:

$$\begin{aligned} CC_1 : u(l, t) &= 0, \\ CC_2 : u_x(l, t) &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

3 Conclusões

Foi estudado o caso específico dos acidentes com os aviões, reproduzindo na equação diferencial parcial as condições meteorológicas da época, sem a existência de condições adversas, sendo as únicas forças externas atuando na asa ocorreram em função do erro de projeto das nacelles (berços dos motores), os quais permitiram que as oscilações dos mesmos fossem transmitidas às asas na mesma frequência de vibração destas. Na modelagem isto se concretizou considerando-se $b = 0$, pois em altitude de cruzeiro os flaps estão posicionados para não haver resistência ao deslocamento da aeronave, e também considerando-se $u_0(x) = 0$ e $u_t(x, 0) = 0$, isto é, antes dos nacelles imprimirem vibrações às asas, as mesmas estavam inteiramente em repouso na sua posição de equilíbrio. Uma conclusão final diz respeito à adequação, ou não, das condições de contorno estudadas. Como o problema físico teve uma única solução (um único desfecho), qual seja, a ruptura das asas e a conseqüente queda das aeronaves, questionamos o fato de modelagens distintas admitirem suas respectivas, e diferentes, soluções. Isto, de certa forma, entra em contradição com o fato da solução física ser única.

Referências

- [1] Figueiredo, D. G. Neves, A. J. F.; *Equações Diferenciais Aplicadas*; IMPA, R.J.; 2001.
- [2] Francillon, R. J. *Lockheed Aircraft since 1913, p.403*. London: Putnam, 1982.