

**Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**

---

# Analise Numérica de Vigas em Concreto Protendido com Característica Não Linear Via Elementos Finitos<sup>1</sup>

Werley Rafael da Silva<sup>2</sup>

Departamento de Engenharia de Produção - UFG-RC

Karla Melissa dos Santos Leandro<sup>3</sup>

Departamento de Engenharia de Produção - UFG-RC

Marcos Napoleão Rabelo<sup>4</sup>

Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia-UFG-RC

Marcus Felipe de Jesus<sup>5</sup>

Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia-UFG-RC

## 1 Introdução

Na busca por estruturas cada vez mais esbeltas surge a possibilidade de considerar a utilização de materiais mais resistente e capazes de suportar grande quantidade de esforços. Aliados a esse materiais, o emprego de técnicas construtivas que favorecem o aumento de resistência, tem sido estudadas por pesquisadores da área de engenharia. Contudo modelos matemáticos que apresentam uma elasticidade não linear necessitam de um estudo mais complexo a luz da analise estrutural. O Método de Elementos Finitos (MEF) é utilizado para o cálculo das tensões e deformações devido sua grande capacidade de analisar esses diferentes modelos estruturais, veja [1, 2].

Este trabalho, a formulação do elemento finito, considera-se o elemento tipo barra com três graus de liberdade. O modelo possui embasamento na teoria clássica de vigas de Euler-Navier-Bernoulli desenvolvida em [3], nesse modelo as deformações causadas por cisalhamento são desprezadas e as seções transversais permanecem planas. Os campos de deslocamentos são expressos pelas funções:

$$u(x, y) = u_i(x) - y \frac{dv}{dx} \quad (1)$$

$$v(x) = v_i(x) \quad (2)$$

---

<sup>1</sup>versão 1.2.

<sup>2</sup>werleyrafael2@gmail.com

<sup>3</sup>karlamelissaleandro@gmail.com

<sup>4</sup>rabelomn@gmail.com

<sup>5</sup>marcusfjs@gmail.com

Considerando a deformação de Green-Lagrange, a expressão que descreve a deformação longitudinal é dada por:

$$\varepsilon_x = \frac{du_i}{dx} - y \frac{d^2v_i}{dx^2} + \frac{1}{2} \left( \frac{dv_i}{dx} \right)^2 \quad (3)$$

O desenvolvimento da equação de rigidez do sistema é baseada em [4] e adaptada para o caso não linear considerando a formulação pelo Princípio dos Trabalhos Virtuais. O MEF é implementado em um programa computacional em linguagem MATLAB baseado em [5]. São consideradas na implementação a interação do concreto com armadura passiva e a cordoalha de protensão. O objetivo geral dessa proposta é realizar a otimização de forma de elementos estruturais de viga geometricamente não lineares.

## 2 Conclusões

A geração do modelo de elementos finitos para análise de vigas com protensão traz como benefício a possibilidade de otimização das seções transversais considerando diferentes perdas de protensão e interação do concreto com a cordoalha de protensão, neste caso materiais diferentes possuem características diferentes e devem ser analisados no processo como uma único elemento.

## Referências

- [1] R.S.B. Stramandinoli. Modelos de elementos finitos para análise não linear física e geométrica de vigas e pórticos planos de concreto armado. 2007. Tese de Doutorado em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2007.
- [2] E. Parente Jr., G. V. Nogueira, M. N. Meireles e L. S. Moreira, Material and geometric nonlinear analysis of reinforced concrete frames, *IBRACON, Estruturas e Materiais*, volume 7, 2014.
- [3] L. S. Moreira, J. B. M. Sousa Jr. e E. Parente Jr. Nonlinear finite element simulation of unbonded prestressed concrete beams, *Engineering Structures*, volume 170, 2018. DOI: 10.1016/j.engstruct.2018.05.077.
- [4] D. L. Logan, A First Course in the Finite Element Method, 4 ed, Editora Thomson, pp 799, 2007.
- [5] W. k. Young and H. Bang, The Finite Element Method Using Matlab, 2 ed CRC Mechanical Engineering Series. pp 590, London 2000.