

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Uma revisão sobre o uso da programação dinâmica na solução do problema de corte

Nícolas Samuel Assis ¹Socorro Rangel ²

UNESP - Universidade Estadual Paulista

Os problemas de corte e empacotamento d-dimensional, $d \geq 1$ e inteiro, consistem em cortar (alocar) de (em) um objeto grande de medida $O \in R^d$, n objetos menores (itens) de medida $O_i \in R^d$ e valor v_i , $i = 1, \dots, n$ com o critério de maximizar o valor total obtido com os itens cortados (ou alocados). Se $d = 1$, tem-se o Problema de Corte Unidimensional (PC-1D) e o Problema da Mochila (PM), e para $d = 2$, o Problema de Corte Bidimensional (PC-2D) e o Problema da Mochila Bidimensional (PM-2D). Nesses problemas, pode-se considerar ainda: o caso em que se restringe a quantidade de itens (R) ou não, caso irrestrito (I); ou ainda restrições associadas à maneira como os itens são cortados (alocados). O caso bidimensional tratado nessa pesquisa considera que o objeto e os itens são retangulares, e o corte é do tipo guilhotinado ortogonal (PCG-2D), classificado de acordo com a tipologia de Wäscher et. al (*apud* [7]) como *two-dimensional rectangular single large object placement problem*. O objetivo é apresentar uma breve revisão bibliográfica sobre o uso da programação dinâmica (PD) para resolver esses problemas considerando os casos irrestrito e restrito.

Numa sequência de publicações de 1961 até 1966, Gilmore e Gomory tratam dos problemas de corte de estoque - unidimensional (PCE-1D) e bidimensional (PCE-2D) - que consiste em atender uma demanda pré definida de itens minimizando o número total de objetos usados (*e.g.* [7]). Inicialmente, propõem o uso da Programação Dinâmica para resolver o problema PM como um recurso secundário e/ou final para o método de geração de colunas para o PCE-1D. Posteriormente, propõem uma reformulação da função recursiva para o PM que é usada na primeira etapa da geração de colunas para o PCE-2D. Rangel e Perin [6] também propõem um algoritmo PD para resolver a primeira etapa da geração de colunas para o PCE-2D baseado no uso do conceito de dominância de vetores para eliminar soluções factíveis ruins. Gilmore e Gomory estendem a recursão dinâmica usada para o problema PM para o caso bidimensional definindo diversas funções recursivas que resolvem os PCGI-2D estagiado e não estagiado. Embora haja erro na recursão do caso estagiado, o trabalho foi de grande importância para outros autores [1, 5].

O primeiro trabalho encontrado que trata da recursão do PM-2D foi o de Herz [5], que redefine a função e apresenta resultados que diminuem o conjunto de discretização do

¹nicolas.s.assis@hotmail.com²socorro.rangel@unesp.br

objeto, tornando a recursão mais eficiente. No trabalho de Beasley [1] também há uma correção da função recursiva do PCGI-2D estagiado, além disso ele propõe uma heurística que utiliza PD para gerar os conjuntos de discretização do objeto. Num trabalho mais recente, Cintra *et al.* [3] buscam ideias de Beasley e Herz, e propõem dois algoritmos PD, um para definir o conjunto de discretização e outro para o PCGI-2D, resolvendo instâncias que estavam em aberto na literatura. Christofides e Whitlock [4] e Christofides e Hadjiconstantinou [2], apresentam algoritmos de busca em árvore para o PCGR-2D, ambas as propostas utilizam da PD para obter limitantes superiores que são utilizados na busca em árvore. A diferença entre elas é que no primeiro o limite superior é obtido da recursão de um PCGI-2D, enquanto no segundo o limitante é obtido através da relaxação do espaço de estado do próprio PCGR-2D. Velasco [8] estende a recursão de Cintra [3] do PCGI-2D para o caso restrito e também faz uma generalização da relaxação de espaço de estado proposta por Christofides e Hadjiconstantinou.

Nos trabalhos analisados, não foi encontrada uma extensão do algoritmo proposto em [6] para o caso restrito. Assim, o próximo passo será fazer uma extensão desse algoritmo para resolver o PCGR-2D. Essa pesquisa recebeu apoio financeiro parcial do CNPq e da FAPESP (Proc.2016/01860-1, 2013/07375-0).

Referências

- [1] J. E. Beasley. Algorithms for unconstrained two-dimensional guillotine cutting. *Journal of the Operational Research Society*, volume 36(4), pages 297-306, 1985.
- [2] N. Christofides and E. Hadjiconstantinou. An exact algorithm for orthogonal 2-D cutting problems using guillotine cuts. *European Journal of Operational Research*, volume 83(1), pages 21-38, 1995.
- [3] G. F. Cintra, F. K. Miyazawa, Y. Wakabayashi, and E. C. Xavier. Algorithms for two-dimensional cutting stock and strip packing problems using dynamic programming and column generation. *European Journal of Operational Research*, volume 191(1), pages 61-85, 2008.
- [4] N. Christofides and C. Whitlock. An algorithm for two-dimensional cutting problems. *Operations Research*, volume 25(1), pages 30-44, 1977.
- [5] C. H. Herz. Recursive computational procedure for two-dimensional stock cutting. *IBM Journal of Research and Development*, volume 16(5), pages 462-469, 1972.
- [6] C. Perin e S. Rangel. O problema do corte bidimensional. *Anais do Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional*, 1989.
- [7] G. Scheithauer. *Introduction to Cutting and Packing Optimization: Problems, Modeling Approaches, Solution Methods*. Springer, 2017.
- [8] A. S. Velasco. Algoritmos híbridos para o problema de corte bidimensional. Tese de Doutorado, UFF, 2017.