

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Estudo da aplicação do método OGY de controle de caos no mapa padrão

Frank Gustavson Filho¹

Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, UNESP

Câmpus de São João da Boa Vista, São João da Boa Vista, SP

Priscilla Sousa-Silva²

Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, UNESP

Câmpus de São João da Boa Vista, São João da Boa Vista, SP

1 Introdução

O mapa padrão generalizado descreve a dinâmica de um sistema mecânico conhecido como rotor pulsado (ou quicado). O principal interesse em estudar o mapa padrão está relacionado à riqueza dinâmica apresentada em seu espaço de fases e ao fato de que sua dinâmica pode representar fenômenos encontrados em outros sistemas físicos. As equações de movimento do rotor imediatamente após a aplicação do forçante impulsivo são dadas por:

$$\begin{aligned} p_{k+1} &= (1 - \nu)p_k + f_0 \sin(\theta_k) \\ \theta_{k+1} &= \theta_k + p_{k+1} \pmod{2\pi}, \end{aligned} \quad (1)$$

onde θ e p são, respectivamente, a posição angular e o momento linear e o parâmetro $f_0 \geq 0$ corresponde à amplitude do forçante. O parâmetro $\nu \in [0, 1]$ corresponde à dissipação devido ao atrito. Quando $\nu = 0$ não há dissipação e o mapa é conservativo, caso contrário o mapa é dissipativo.

Este modelo matemático é um exemplo de sistema não-linear que apresenta comportamento caótico, isto é, uma pequena mudança nas condições iniciais gera soluções que divergem exponencialmente ao longo do tempo [1, 5]. Devido à essa dependência crítica das condições iniciais, e devido ao fato de que, em geral, sistemas experimentais nunca são perfeitamente determinados, a evolução das soluções desses sistemas é imprevisível a longo prazo. De fato, as trajetórias emergentes da condição inicial teórica e da real (experimental) divergem exponencialmente com decorrer do tempo, de modo que o erro na previsão, isto é, a distância entre previsão e trajetórias reais, cresce exponencialmente no tempo, até que a trajetória do sistema físico é completamente diferente da prevista. Por muitos anos, esta característica tornou o caos uma característica indesejável em sistemas com aplicações em engenharia, e, portanto, algo a ser fortemente evitado [3].

¹frankgfilho@gmail.com

²priscilla.silva@unesp.br

2 Controle de Caos

Assim, surgiu a ideia de controle de caos. Uma das primeiras técnicas utilizadas para obter a supressão da dinâmica caótica é conhecida como método de controle OGY (Ott, Grebogi e Yorke). A ideia por trás deste método é que o caos pode, de fato, ser desejável em situações experimentais e práticas, já que pode ser controlado usando-se pequenas perturbações em algum parâmetro acessível ou em alguma variável dinâmica do sistema, levando o sistema a um estado periódico [4].

A ideia embutida no procedimento de controle caótico é que quando uma trajetória caótica se aproxima de uma órbita periódica instável desejada dentro do atrator caótico, aplicam-se pequenas perturbações que movem a trajetória para a vizinhança da órbita periódica desejada e mantém a trajetória próxima dessa solução periódica enquanto o controle estiver ativo. Dessa forma, estabiliza-se a dinâmica, produzindo uma série de estados dinâmicos desejados [2].

Neste trabalho realizamos um estudo da aplicação do método de controle OGY ao mapa padrão generalizado, para obter diferentes estados assintóticos periódicos.

Agradecimentos

O primeiro autor agradece o apoio financeiro da FAPESP (processo 2018/07156-0). A segunda autora agradece o apoio financeiro da FAPESP (processo 2018/00059-9) e do CNPq (processo 422282/2018-9).

Referências

- [1] K. T. Alligood, T. Sauer, J. Yorke. *Chaos: An Introduction to Dynamical Systems*. Springer, Nova York, 1996.
- [2] S. Boccaletti, C. Grebogi, Y.-C. Lai, H. Mancini, D. Maza. The control of chaos: theory and applications, *Physics Reports*, 329:103–197, 2000.
- [3] A. L. Fradkov, R. J. Evans. Control of chaos: Methods and applications in engineering, *Annual Reviews in Control*, 29:33–56, 2005.
- [4] E. Ott, C. Grebogi, J. Yorke. Controlling chaos, *Physics Review Letters*, 64:1196–1199, 1990.
- [5] S. Strogatz. *Nonlinear Dynamics And Chaos*. Perseus Books, Reading, 1994.