

**Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**

---

## Modelo Epidemiológico para a Malária nas Cidades de Manaus e Lábrea

Luís Eduardo dos Santos Lopes<sup>1</sup>

Departamento de Matemática, ICE - UFAM, Manaus/AM

Roberto Antonio Cordeiro Prata<sup>2</sup>

Departamento de Matemática, ICE - UFAM, Manaus/AM

### 1 Introdução

Devido a grande variedade de doenças infecto contagiosas existentes no estado do Amazonas, estamos propondo neste trabalho um estudo de um modelo epidemiológico alternativo para a malária nas cidades de Manaus e Lábrea. Para isso, utilizamos um modelo matemático, SIS (sendo S-Suscetíveis e I-Infectados), para descrever a dinâmica da malária entre os anos 2009 e 2014.

### 2 Formulação: Modelo SIS

Consideremos uma população total humana ( $N$ ) constante e sem dinâmica vital, ou seja, sem números de nascimentos e nem de mortes. A população é dividida em duas subpopulações: as dos indivíduos suscetíveis  $S$  e as dos indivíduos infectados  $I$ , assim  $N = S + I$ . Consideramos ainda as taxas  $\alpha$  (taxa de transmissão da doença) e  $\beta$  (taxa de recuperação da doença). Portanto, temos:

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\alpha SI + \beta I \\ \frac{dI}{dt} = \alpha SI - \beta I \end{cases} \quad (1)$$

onde  $\alpha, \beta > 0$ . Este modelo representa os indivíduos suscetíveis que adquirem a doença, tornando-se infectado e, após recuperado, não recebem imunidade e voltam a classe dos suscetíveis.

Os pontos de equilíbrio são obtidos quando todas as variações são identicamente nulas, isto é, de (1) temos:  $P_1 = (N, 0)$  e  $P_2 = \left(\frac{\beta}{\alpha}, N - \frac{\beta}{\alpha}\right)$ .

---

<sup>1</sup>luisdrd.80@gmail.com

<sup>2</sup>praroberto@gmail.com

### 3 Simulação com Dados Reais de Manaus

A fim de se obter a solução numérica do modelo proposto com dados reais, determinamos os parâmetros ( $\alpha$  e  $\beta$ ) pelo método simplificado proposto por Gay (1996) em [1], que considera o número de casos em um intervalo pequeno de tempo  $\delta t$ .

Número de casos no  $\delta t = \delta t \times \text{força de infecção} \times \text{número de suscetíveis}$ . Assim, obtemos  $\alpha = \frac{I}{\delta t \times N}$ , em que  $I$  é o número de infectados,  $N$  é o número total de suscetíveis e  $\alpha$  é a força de infecção. Neste trabalho utilizamos o intervalo de tempo  $\delta t$  de 6 anos.

Como o período estudado é de 2009–2014, teremos como dados de população total a de 2010, fornecido pelo IBGE. Desta forma, obtemos o número de infectados por malária e a estimativa de  $\alpha$  para 2010, sendo neste ano  $N = 1.802.014$  e  $I = 17.547$ , logo  $\alpha = 0,00162$ . Agora estimando o valor de  $\beta$  através da técnica de análise de regressão linear referente aos anos estudados, com o intuito de observar a relação entre o número de infectados com o tempo. A reta de regressão linear obtida é  $y = -2.750,4x + 5.545.782$ . A partir desta equação, usamos seu coeficiente angular  $a$ , como sendo a variação dos infectados no tempo  $t$ , isto é,  $\frac{dI}{dt} = a$ . Logo  $a = \alpha SI - \beta I$ , obtemos  $\beta = 2.890,99328$ . Deste modo, determinamos os pontos de equilíbrio  $P_1 = (1.802.014; 0)$  e  $P_2 = (1.784.563, 75309; 17.450, 24691)$ .

### 4 Simulação com Dados Reais de Lábrea

Sendo necessário os dados da população total da cidade de Lábrea, usaremos o IBGE de 2010 para determinarmos o valor de  $\alpha$ . Com  $N = 37.701$  e  $I = 1.737$ , temos  $\alpha = 0,00769$ .

Para estimar o valor de  $\beta$  também utilizaremos o mesmo método da análise de regressão feito na simulação em Manaus. Sendo  $y = 1.094,029x - 2.197.052,638$  a equação da reta de ajuste. Logo, obtemos  $\beta = 275,93332$ . E a partir destes dados, obtemos os pontos de equilíbrio  $P_1 = (37.701; 0)$  e  $P_2 = (35.882, 09623; 1.818, 90377)$ .

### 5 Conclusões

Neste trabalho buscamos descrever a dinâmica da malária nas cidades de Manaus e Lábrea, a partir do modelo alternativo SIS entre os anos 2009 e 2014. Com a utilização dos dados de casos confirmados da malária foi possível calcular os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$ , sendo  $\alpha$  obtida de acordo com [1] e  $\beta$  encontrado por uma regressão linear, e também determinamos os pontos de equilíbrio. Suprimimos as equações da dinâmica do mosquito, para simplificar o modelo e tornar as equações mais simples, como em [2].

### Referências

- [1] N. J. Gay. *A model of long-term decline in the transmissibility of infectious disease: implications for incidence of hepatitis A*. 1996. *Int. J. Epidemiol.*, 25: 854-861. ISSN 0300-5771.
- [2] M. M. M. Macufa, R. C. Bassanezi. *Modelo epidemiológico alternativo para a malária*. v. 21. 13-22. *Gp. de Biomat.* IMECC - UNICAMP, Campinas, 2011. ISSN: 1679-365X.