Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 7, n. 1, 2020.

Trabalho apresentado no XXXIX CNMAC, Uberlândia - MG, 2019.

**Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**

---

# Representação e Extensão dos Números Hiperpiramidais Através das Transformadas pela Soma Sucessiva

Marlo Moesia Barroso[1]
José Karam-Filho[2]
Gilson Antônio Giraldi[3]
Laboratorio Nacional de Computação Científica, LNCC, Petrópolis, RJ

## 1 Introdução

Os *Números Figurados* são um tópico que tem sido extensamente abordado, inclusive em dimensões arbitrárias. Este trabalho propõe a aplicação das *Transformadas de Sequência Inteira* [1], [2], sobre os números inteiros, não só como forma eficiente de representação dos poligonais, piramidais e suas generalizações, mas também como ferramenta para a extensão e interpretação de números figurados com argumentos negativos.

## 2 Números Poligonais Aplicando a Soma Sucessiva

Os números triangulares usuais podem ser encontrados na sequência

$$(i+1)_{+}^{|} = (1, 3, 6, 10, 15, 21, \ldots, (i+1)_{+}^{|}, \ldots);\ \forall\ i \in \mathbb{N}. \tag{2.1}$$

Qualquer poligonal será referido como $\mathrm{P}^{m}(n)$, onde $m$ representa a quantidade de lados e $n$ o número de polígonos contidos em sua figuração. Desta forma é possível afirmar que

$$\mathrm{P}^{3}(n) = (n+1)_{+}^{|};\ \forall\ n \in \mathbb{N}. \tag{2.2}$$

Também é fato conhecido que os números quadrados, pentagonais, hexagonais, etc., podem ser calculados em termos de números triangulares, portanto os poligonais devem admitir uma expressão em função da soma sucessiva dos naturais, o que realmente ocorre:

$$\mathrm{P}^{m}(n) = (m-3)(n)_{+}^{|} + (n+1)_{+}^{|},\ \forall\ n, m \geqslant 3 \in \mathbb{N}. \tag{2.3}$$

As demonstrações de (2.2) e (2.3) podem ser feitas por indução finita ou aplicando

$$(n)_{+}^{|} = n(n+1)/2,\ \forall\ n \in \mathbb{N}, \tag{2.4}$$

em conjunto com propriedades já bem conhecidas dos números poligonais usuais.

[1]moesia.org, moesia@oi.com.br ou marlomb@lncc.br
[2]jkfi@lncc.br
[3]gilson@lncc.br

## 3 Extensão dos Números Poligonais Através da Soma Sucessiva da Sequência dos Números Inteiros

Em [1] a soma sucessiva não só foi definida para qualquer sequência indexada por números naturais como estendida para todas as indexadas por inteiros, o que inclui a própria sequência $\mathbb{Z}$. Com isso, a extensão imediata de (2.3) pode ser representada por

$$\mathrm{P}^{m}(z) = (m-3)\,(z)_{+}^{1} + (z+1)_{+}^{1},\ \forall\, z, m \geqslant 3 \in \mathbb{Z}. \tag{3.1}$$

A Figura 1 apresenta os poligonais de acordo com (3.1), para alguns valores de $m$ e $z$.

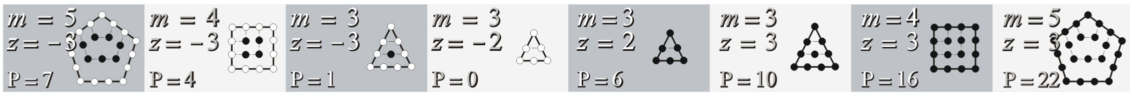


Figura 01: Números triangulares, quadrados e pentagonais com argumentos inteiros.

Com a extensão proposta em (3.1) os poligonais com argumentos negativos podem representar os pontos internos dos polígonos, como apresentado nos exemplos da Figura 01.

## 4 Extensão de Quasiquer Números Hiperpiramidais Através das Transformadas pela Soma Sucessiva dos Inteiros

Ao interpretar a soma sucessiva como transformada de primeira ordem da sequência dos inteiros, tem-se que a transformada segunda dos mesmos corresponde aos piramidais:

$$\mathrm{P}^{m}{}_{3}(z) = (m-3)\,(z)_{+}^{2} + (z+1)_{+}^{2},\ \forall\, z, m \geqslant 3 \in \mathbb{Z}, \tag{4.1}$$

onde o índice 3 indica a dimensão do espaço de representação destes números. A Figura 02 ilustra os números piramidais gerados por 4.1, para os mesmos $m$ e $z$ do caso anterior.

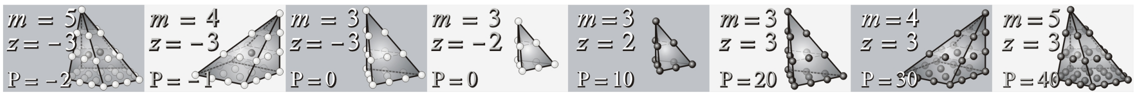


Figura 02: Números piramidais de base triangular, quadrada e pentagonal com argumentos em $\mathbb{Z}$.

Prosseguindo o estudo, é possível generalizar as transformadas para um espaço $\mathbb{R}^{k}$:

$$\mathrm{P}^{m}{}_{k}(z) = (m-3)\,(z)_{+}^{k-1} + (z+1)_{+}^{k-1},\ \forall\, z, m \geqslant 3, k \geqslant 2 \in \mathbb{Z}, \tag{4.2}$$

que quantifica todos os poligonais, piramidais e hiperpiramidais por uma expressão de adições sucessivas para a dimensão $k$ e os estende para quaisquer argumentos inteiros.

## Referências

[1] M. Moesia, Uma nova metodologia para a extensão de domínio de operações matemáticas sucessivas, com aplicações na análise combinatória, Dissertação de Mestrado em Modelagem Computacional, LNCC/MCTI, 2017.

[2] M. Moesia, J. Karam F. e G. A. Giraldi, Uma nova metodologia para a extensão de domínio de operações matemáticas sucessivas, XXXVIII CNMAC, Campinas - SP (2018). *Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics*,volume 6, número 2, 2018.