

## Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

---

# Estudo do espaço de fase do rotor duplo pulsado

Henrique Figueiredo Cherulli<sup>1</sup>

Priscilla Sousa-Silva<sup>2</sup>

Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, UNESP

Câmpus de São João da Boa Vista, São João da Boa Vista, SP

O estudo de sistemas dinâmicos não lineares possui diversas aplicações nas áreas de física, matemática e engenharia. Em particular, sistemas rotativos possuem notável importância, uma vez que vários problemas de engenharia, como por exemplo estruturas pendulares, possuem característica de rotores e a fenomenologia associada a estes sistemas é representativa de modelos em diversas áreas do conhecimento (MONTEIRO, 2006; SOUSA-SILVA; TERRA, 2017).

Um sistema que apresenta dinâmica rotativa e que chama a atenção devido a sua riqueza de comportamentos dinâmicos, bem como pela dificuldade de seu estudo devido ao alto número de graus de liberdade, é um mapa 4-dimensional que modela o Rotor Duplo Pulsado. O sistema físico que dá origem a este modelo é uma extensão do rotor quicado simples, descrito pelo Mapa Padrão. A Figura 1 ilustra esquematicamente este sistema que é composto por 2 hastes finas, de massa desprezível, conectadas uma a outra em seus pontos médio. A haste 1 possui comprimento  $l_1$  e está pivotada ao ponto  $P_1$  em uma das pontas e ao ponto médio da haste 2 no ponto  $P_2$ , de modo que a distância entre  $P_2$  e as pontas da haste 2 é igual a  $l_2$ . O ponto  $P_2$ , onde as hastes estão conectadas, possui uma massa  $m_1$  e nas pontas da haste 2,  $P_3$  e  $P_4$ , há uma massa de valor  $\frac{m_2}{2}$ . Existe atrito em  $P_1$  e em  $P_2$ , representado, respectivamente, por  $\nu_1$  e  $\nu_2$ , e as hastes possuem momento de inércia dado por  $I_1 = (m_1 + m_2)l_1^2$  e  $I_2 = m_2l_2^2$ , com  $I_1 = I_2$ . Além disso, o ponto  $P_3$  recebe impulsos a intervalos de tempo periódicos com período  $T$ , sempre na mesma direção e com força constante igual a  $\rho$  (ROMEIRAS et al., 1992). O estado do sistema imediatamente após a aplicação de cada impulso é descrito por um mapa dinâmico com quatro equações acopladas (FEUDEL et al., 1998)

$$\begin{aligned}\theta_{1(k+1)} &= \theta_{1(k)} + M_{11}\dot{\theta}_{1(k)} + M_{12}\dot{\theta}_{2(k)} \\ \theta_{2(k+1)} &= \theta_{2(k)} + M_{21}\dot{\theta}_{1(k)} + M_{22}\dot{\theta}_{2(k)} \\ \dot{\theta}_{1(k+1)} &= \frac{\rho l_1}{I_1} \text{sen}\theta_{1(k+1)} + L_{11}\dot{\theta}_{1(k)} + L_{12}\dot{\theta}_{2(k)} \\ \dot{\theta}_{2(k+1)} &= \frac{\rho l_2}{I_2} \text{sen}\theta_{2(k+1)} + L_{21}\dot{\theta}_{1(k)} + L_{22}\dot{\theta}_{2(k)},\end{aligned}$$

---

<sup>1</sup>henriquecherulli@yahoo.com.br

<sup>2</sup>priscilla.silva@unesp.br

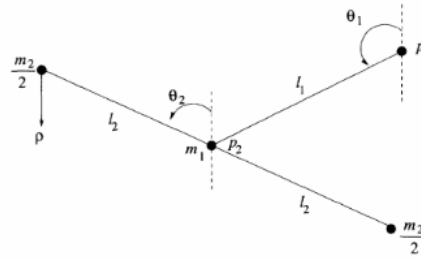


Figura 1: Rotor Duplo Quicado

onde  $\theta_1$  e  $\theta_2$  são as posições angulares das hastes 1 e 2, respectivamente, em relação aos pontos  $P_1$  e  $P_2$ , e  $\dot{\theta}_1$  e  $\dot{\theta}_2$  são as velocidades angulares das hastes. Por fim  $M_{ij}$  e  $L_{ij}$  são elementos das matrizes constantes  $2 \times 2$  dadas por

$$L = \sum_{i=1}^2 W_i e^{\lambda_i T} \quad M = \sum_{i=1}^2 W_i \frac{e^{\lambda_i T} - 1}{\lambda_i}$$

$$W_1 = \begin{pmatrix} a & b \\ b & d \end{pmatrix} \quad W_2 = \begin{pmatrix} d & -b \\ -b & a \end{pmatrix}$$

$$a = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\nu_1}{\Delta} \right), \quad d = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\nu_1}{\Delta} \right) \quad b = -\frac{\nu_2}{\Delta}$$

$$\lambda_{1,2} = -\frac{1}{2}(\nu_1 + 2\nu_2 \pm \Delta), \quad \Delta = \sqrt{\nu_1^2 + 4\nu_2^2}.$$

Neste trabalho investigamos as características do espaço de fases do Rotor Duplo Quicado, objetivando uma descrição biparamétrica dos regimes dinâmicos observados. Devido ao fato do sistema possuir um alto número de graus de liberdade, seu estudo constitui uma valiosa ferramenta para a compreensão de outros sistemas de alta dimensão.

Os autores agradecem o apoio financeiro da FAPESP através dos processos 2018/25001-3 e 2018/00059-9.

## Referências

FEUDEL, U. et al. Dynamical properties of a simple mechanical system with a large number of coexisting periodic attractors. *Chaos, Solitons and Fractals*, v. 9, p. 171–180, 1998.

MONTEIRO, L. *Sistemas dinâmicos*. [S.l.]: Editora Livraria da Física, 2006. ISBN 9788588325081.

ROMEIRAS, F. J. et al. Controlling chaotic dynamical systems. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, v. 58, n. 1–4, p. 165–192, 1992.

SOUSA-SILVA, P. A.; TERRA, M. O. Biparametric investigation of the general standard map: multistability and global bifurcations. *Computational and Applied Mathematics*, Nov 2017. ISSN 1807-0302.