

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Conexões entre Geometria Hiperbólica e as Modulações PSK e QAM no Processo de Transmissão da Informação

Thomás Francisco de Abreu¹

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Unicamp, Campinas, SP

Anderson José de Oliveira²

Cátia Regina de Oliveira Quilles Queiroz³

Departamento de Matemática, Unifal, Alfenas, MG

1 Introdução

Tesselação é o recobrimento do plano por polígonos, não havendo sobreposições ou espaços vazios entre eles. Uma tesselação regular é construída utilizando-se apenas polígonos regulares. No caso da Geometria Euclidiana, existem apenas três polígonos que tessalam o plano de forma regular, sendo eles: triângulo equilátero, quadrado e hexágono. Por outro lado, a Geometria Hiperbólica apresenta infinitas possibilidades de tesselação regular no plano hiperbólico, [3].

Um modulador tem como função converter símbolos digitais de saída de um canal de comunicação em forma de ondas analógicas. As modulações PSK (Phase Shift Keying) e QAM (Quadrature Amplitude Modulation) são duas modulações importantes para a teoria de comunicação, sendo que a QAM é superior à PSK, uma vez que a QAM apresenta maiores taxas de transmissão de informação, [1].

Os “códigos corretores de erros” são utilizados pela teoria de comunicação no processo de transmissão de informação, a fim de que a mesma chegue da maneira mais confiável possível. Eles são associados aos sinais de um canal de comunicação de forma a codificar e modular uma informação, tanto algebricamente quanto geometricamente. Dessa forma, esta caracterização geométrica é feita por meio de tesselações regulares, tornando o estudo da Geometria Hiperbólica relevante, devido a sua infinidade de tesselações regulares, [3].

O objetivo deste trabalho é estabelecer as conexões existentes entre elementos de Geometria Hiperbólica, canais de comunicação e as modulações PSK e QAM, no processo de transmissão da informação.

2 Conexões entre Elementos de Geometria Hiperbólica e as Modulações PSK e QAM

Pode-se analisar o gênero associado a um canal de comunicação $C_{m,n}$, no qual m representa o número de entradas e n o número de saídas do canal, através dos gêneros

¹abreu.thomas.ta@gmail.com

²ajoliveira01@gmail.com

³catia.quilles@gmail.com

mínimo máximo, [2], dados por:

$$g_{min} = \left\{ \frac{(m-2)(n-2)}{4} \right\} \quad g_{max} = \left\{ \frac{(m-1)(n-1)}{2} \right\}. \quad (1)$$

Considere os canais de comunicação $C_{2,2}$ e $C_{2,4}$. Calculando os gêneros associados a esses canais por meio da equação (1), obtém-se que o canal $C_{2,2}$ está associado ao gênero 0, ou seja, uma esfera, enquanto o canal $C_{2,4}$ está associado ao gênero 1, ou seja, um toro.

Analisadas as superfícies associadas aos canais de comunicação, é possível relacioná-las às modulações PSK e QAM, [1], apresentadas nas Figuras 1 e 2, respectivamente.

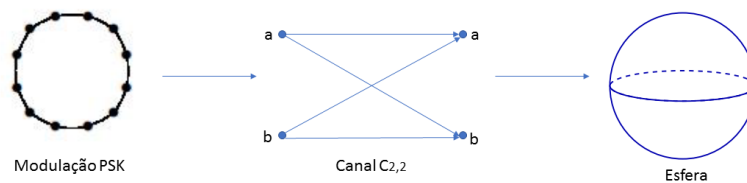


Figura 1: Conexões da modulação PSK.

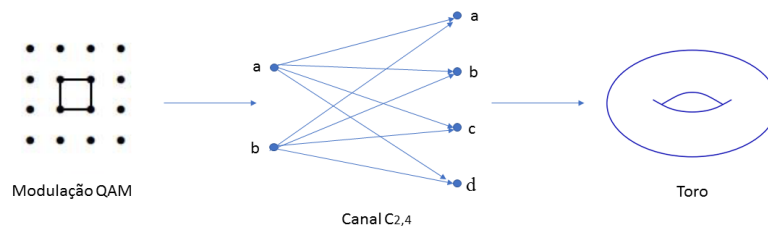


Figura 2: Conexões da modulação QAM.

Nota-se que o canal de comunicação $C_{2,2}$ está associado à modulação PSK, enquanto o canal $C_{2,4}$ está associado à modulação QAM. Assim, conclui-se que quanto maior o gênero de uma superfície associada a um canal de comunicação, maior será o desempenho deste canal no processo de transmissão da informação em um sistema de comunicação.

Referências

- [1] T. F. Abreu, Elementos de Geometria Hiperbólica em Sistemas de Comunicação, Monografia de Graduação em Matemática-Licenciatura, Unifal-MG, 2018.
- [2] A. J. Oliveira, R. Palazzo Jr., Geometric and Algebraic Structures Associated With The Channel Quantization Problem. *Computational and Applied Mathematics*, 2017. DOI: 10.1007/s40314-017-0446-9.
- [3] C. R. O. Q. Queiroz, Códigos Geometricamente Uniformes Derivados de Grafos sobre Anéis Quocientes de Inteiros e de Ordens dos Quatérnio, Tese de Doutorado em Engenharia Elétrica, Unicamp, 2011.