

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Adequabilidade dos estimadores dos parâmetros da distribuição Gumbel

Valdeline de Paula Mequelino Ferreira ¹

Programa de Pós-Graduação em Estatística Aplicada e Biometria - UNIFAL-MG

Luiz Alberto Beijo ²

Departamento de Estatística - UNIFAL-MG

Fabricio Goecking Avelar³

Departamento de Estatística - UNIFAL-MG

A distribuição Gumbel tem sido utilizada frequentemente na solução de importantes problemas envolvendo variáveis extremas [1]. A função de densidade da distribuição Gumbel pode ser expressa por:

$$f(x|\mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma} \exp \left[-\frac{x - \mu}{\sigma} - \exp \left(-\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right], \quad (1)$$

definida em $-\infty < x < \infty$, em que $-\infty < \mu < \infty$ e $\sigma > 0$.

Os Estimadores de Máxima Verossimilhança (EMV) e de Momentos (MM) são comumente utilizados na estimação dos parâmetros de (1) [2]. As principais propriedades dos estimadores são a consistência, a tendenciosidade, a eficiência e a suficiência [3]. O objetivo do trabalho foi avaliar a tendenciosidade e a eficiência dos EMV e dos MM na estimação dos parâmetros da distribuição Gumbel para tamanhos amostrais pequenos.

Foram simuladas 1.000 séries de dados de (1), com μ iguais a 5, 15, 30, 50 e 100, σ iguais a 3, 8, 15, 25 e 35 e tamanhos amostrais 5, 8, 15, 20 e 25, totalizando 125 cenários. As simulações foram feitas por meio do comando `rgev` do pacote EVD do *software* R [4]. Em cada cenário, a distribuição Gumbel foi ajustada a cada uma das 1.000 séries por meio dos EMV e MM. A avaliação da tendenciosidade e da eficiência dos estimadores foi feita por meio do Erro Quadrático Médio (EQM) e do Viés Médio Relativo (VMR):

$$EQM = \sum_{i=1}^{1000} \frac{(\hat{\theta}_i - \theta)^2}{1000} \text{ e } VMR = \sum_{i=1}^{1000} \frac{|\hat{\theta}_i - \theta|}{1000 \cdot \theta}, \quad (2)$$

em que $\hat{\theta}_i$ é o valor estimado para o parâmetro na i -ésima amostra simulada e θ é o valor real do parâmetro.

Na Figura 1 são apresentados o EQM e o VMR das estimativas do parâmetro μ da distribuição Gumbel obtidos nas simulações com $\mu = 5$ e $\sigma = 3$.

¹valdelinedepaula@hotmail.com

²luiz.beijo@unifal-mg.edu.br

³fabricio@unifal-mg.edu.br

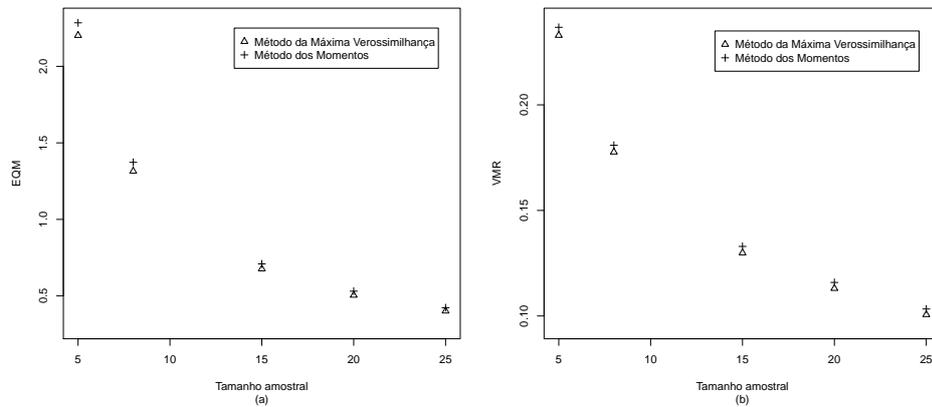


Figura 1: Erro quadrático médio (EQM) e viés médio relativo (VMR) e para a estimativa de μ da distribuição Gumbel obtidos nos cenários simulados com $\mu = 5$, $\sigma = 3$ e tamanhos amostrais iguais a 5, 8, 15, 20 e 25.

Na Figura 1 observa-se que o EQM e o VMR obtidos a partir das estimativas do parâmetro μ por meio do EMV foram menores que os obtidos por meio do MM. Esse comportamento é repetido para o parâmetro σ e em todos os cenários estudados. Concluiu-se que os EMV são mais precisos e acurados que os MM na estimação de μ e σ quando o tamanho amostral é pequeno.

Agradecimentos

Agradecemos ao PROBIC/CNPq pela bolsa de Iniciação Científica.

Referências

- [1] L. A. Beijo, J. A. Muniz, C. A. Volpe, G. T. Pereira. Estudo da precipitação máxima em Jaboticabal (SP) pela distribuição de Gumbel utilizando dois métodos de estimação dos parâmetros. *Revista Brasileira de Agrometeorologia*, 11:141-147, 2003.
- [2] H. H. A. Cotta, W. S. C. Correa, T. T. A. Albuquerque. Aplicação da distribuição de Gumbel para valores extremos de precipitação no município de Vitória-ES. *Revista Brasileira de Climatologia*, 19:203-207, 2016.
- [3] L. G. Moretin. *Estatística básica: Probabilidade e Inferência, 1a. edição*. Pearson Prentice Hall, São Paulo, 2010.
- [4] R Core Team. *R: a language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing, Viena, 2019.