

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Trabalhando Simetria no Ensino Fundamental com Informática e Material Concreto¹

Évelin Menegusso Barbaresco ²Flávia Souza Machado da Silva ³Ermínia de Lourdes Campello Fanti ⁴

Unesp/Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas/ São José do Rio Preto

Resumo. As simetrias estão presentes no cotidiano, por exemplo, em construções, nas asas de borboletas (simetria axial); desenhos de flores e peças mecânicas que giram (rotação) e em grades de janelas, cercas de jardins (translação). O assunto simetria é parte importante da Geometria proposta para a Educação Básica, conforme consta nos documentos curriculares oficiais. Este trabalho apresenta resultados obtidos no desenvolvimento de um projeto do Programa Núcleos de Ensino da Prograd/Unesp, durante dois anos consecutivos, que teve como objetivo trabalhar o tema simetria com quatro turmas de 7º ano e duas turmas de 8º ano da escola parceira. O trabalho foi realizado através de atividades desenvolvidas pelos alunos pautadas em sequências didáticas elaboradas na perspectiva da resolução de problemas, utilizando o software GeoGebra e outros materiais didáticos auxiliares. No desenvolvimento das atividades respeitou-se as dificuldades apresentadas pelos alunos e procurou-se dar um enfoque mais geométrico. A forma como foram realizadas as atividades propiciou uma maior vontade dos alunos de aprender e contribuiu para superar dificuldades quanto à aprendizagem dos conceitos abordados relativos à simetria.

Palavras-chave. Ensino de Matemática, Simetria, GeoGebra, Geometria.

1 Introdução

Transformações isométricas (ou isometrias no plano) são transformações do plano euclidiano que preservam comprimentos, ângulos e ordem de pontos alinhados. As principais isometrias referidas, às vezes, simplesmente, como simetrias, são: reflexão em relação a uma reta (ou simetria axial), translação, rotação, reflexão em relação a um ponto (ou simetria central) e, obviamente, a identidade. O assunto simetria é abordado em várias ocasiões nos principais documentos curriculares oficiais da Educação Básica (Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998) e Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2017)), bem como no Currículo do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2012) e é pré-requisito importante para outros conteúdos.

¹²evelin.m.barbaresco@unesp.br³flavia.sm.silva@unesp.br⁴erminia.c.fanti@unesp.br

O objetivo deste trabalho é apresentar como o conteúdo de simetrias foi trabalhado com alunos do Ensino Fundamental de uma Escola Estadual, parceira do projeto do Núcleo de Ensino da UNESP, desenvolvido pelas autoras, com a colaboração de bolsistas (alunos do curso de graduação de Matemática) e professoras da escola, responsáveis pela salas de aula.

2 Desenvolvimento e Resultados

O desenvolvimento do projeto ocorreu na UNESP - Câmpus de São José do Rio Preto e na Escola Estadual parceira, na sala de informática e na sala de aula. Trabalhou-se com quatro turmas de 7^o ano (em torno de 140 alunos) e duas turmas de 8^o ano (por volta de 70 alunos).

Foram desenvolvidas sequências didáticas elaboradas sob a perspectiva da metodologia da resolução de problemas e baseadas em Situações de Aprendizagem do Caderno do Professor da SEE (SÃO PAULO, 2014a, 2014b). Como recursos para o ensino e aprendizagem utilizou-se o software GeoGebra, e também alguns materiais concretos, como papel com malha quadriculada, transferidor e um jogo.

Cada sequência didática apresentava questionamentos para serem completados pelos alunos e, mesmo fazendo a atividade na tela do GeoGebra, era solicitado também que o aluno transcrevesse no papel as suas construções e descobertas/conclusões.

Sobre o uso da metodologia da resolução de problemas, a mesma foi adaptada às diversas situações (dependendo do tema, material disponível, conhecimento prévio do aluno, etc.), concordando com o que foi apontado por Onuchic e Allevato (2011, p.82). “Não há formas rígidas de se trabalhar através da resolução de problemas em sala de aula de Matemática”. Entendemos também que, das ideias (princípios) registradas por vários autores a respeito da resolução de problemas e reunidas por essas duas autoras, as três que estiveram mais relacionadas com os trabalhos desenvolvidos foram:

- Resolução de problemas coloca o foco da atenção dos alunos sobre as ideias matemáticas e sobre o dar sentido. [...]
- Resolução de problemas desenvolve a crença de que os alunos são capazes de fazer matemática e de que a Matemática faz sentido; a confiança e a auto-estima dos estudantes aumentam.
- Resolução de problemas fornece dados de avaliação contínua, que podem ser usados para a tomada de decisões instrucionais e para ajudar os alunos a obter sucesso com a matemática. (ONUCHIC E ALLEVATO, 2011, p. 82).

Vários trabalhos sobre simetria com o auxílio de softwares têm sido desenvolvidos como, por exemplo, em Siqueira, Lima e Guitirana (2014), Fanti e Silva (2004). Um trabalho interessante relacionando simetria no Ensino Fundamental através da Resolução de Problemas é o de Vieira, Paulo e Allevato (2013). Neste artigo, os autores apresentam e discutem algumas ideias e sugestões de tarefas que permitam o professor de Matemática refletir sobre o modo pelo qual o conhecimento de simetria é produzido pelo aluno de Ensino Fundamental, e observam: “No Brasil, o ensino de geometria, e em particular o de

simetria, vem se constituindo um verdadeiro desafio para os professores de Matemática” (VIEIRA, PAULO e ALLEVATO, 2013, p.614). Na Educação Básica não é feito um estudo mais profundo sobre simetria/isometria. Um tratamento bastante completo sobre isometrias pode ser visto em Lima (2007).

No primeiro ano de aplicação do projeto (2015) trabalhou-se apenas com alunos de 7º ano e no segundo ano (2016) com alunos de 7º e 8º anos. Para as primeiras turmas de 7º ano foram desenvolvidas seis sequências didáticas/atividades, sendo: quatro sobre simetria axial, uma sobre rotação e uma sobre translação. Ao final desse ano, para uma análise do que foi trabalhado, realizou-se uma avaliação. O resultado foi bastante satisfatório e concluiu-se que uma das dificuldades dos alunos foi relacionada com ângulos. Assim, no ano seguinte, antes de aplicar as atividades sobre simetria para as turmas do 7º ano, foi desenvolvida inicialmente uma atividade sobre ângulos. Os alunos construíram um transferidor tanto no papel (para facilitar a manipulação) como no GeoGebra e foram questionados sobre o conceito de ângulo, abertura angular e medida de um ângulo, medidas e nomes de alguns ângulos mais destacados, etc. Desenvolveu-se também atividades sobre polígonos, pois percebeu-se que os alunos tinham dificuldades sobre esse assunto.

Observou-se que, durante o desenvolvimento das atividades, alguns alunos terminavam mais rapidamente. Assim que se detectou esse fato, ao preparar a próxima sequência didática, a equipe já elaborava alguma atividade extra para esses alunos, de modo que os mesmos tivessem um melhor aproveitamento e a aula transcorresse de forma tranquila, evitando conversas, e dando a oportunidade para que os demais pudessem concluir as atividades programadas.

A seguir são apresentados alguns detalhes relativos ao desenvolvimento/conclusão das atividades com as turmas de 7º ano. Numa das atividades sobre rotação, o aluno pôde perceber experimentalmente, e depois justificar matematicamente, o fato de que ao rotacionar iterativamente uma figura plana, em torno de um ponto fixado, por um ângulo (cuja medida em graus seja um número inteiro positivo), cada ponto dessa figura (e, conseqüentemente, a própria figura) só retorna à posição inicial se a medida do ângulo de rotação for um divisor de 360. Na sequência, tem-se a resposta de um aluno (Figura 1) relativamente ao seguinte problema: “Rotacione iterativamente um triângulo por um ângulo de 65° em torno de um ponto. Após repetidos giros, o triângulo obtido poderá se sobrepor ao triângulo inicial (com a exigência de que cada ponto do triângulo retorne exatamente à posição inicial)? Justifique sua resposta.”

Figura 1: Resposta do aluno A.

Em uma atividade sobre translação os alunos utilizaram a ferramenta do GeoGebra para obter um triângulo transladado a partir de um vetor e analisaram a sua construção. Eles constataram que o triângulo transladado tinha “as mesmas propriedades do anterior (como medidas de lados e ângulos internos)” e que “a distância entre quaisquer dois pontos correspondentes (do triângulo inicial e o transladado) era sempre constante igual ao comprimento do vetor”. A seguir, utilizaram a dinâmica do software e observaram o que acontecia quando alteravam o comprimento e direção do vetor. Por exemplo, perceberam

que, ao ir diminuindo o tamanho do vetor, o triângulo (transladado) ia se aproximando do inicial até se sobrepor ao inicial.

No que se refere às atividades com as turmas de 8º ano, trabalhou-se o tema simetria usando coordenadas cartesianas, como já mencionado, desenvolvendo atividades sobre reflexão em relação a uma reta, translação e reflexão em relação a um ponto.

Antes de iniciar as atividades sobre simetria envolvendo coordenadas, foi realizada uma avaliação com os alunos sobre o conhecimento deles sobre coordenadas cartesianas e, como esperado, constatou-se que os mesmos tinham alguma noção em relação à localização, mas nenhuma em relação ao plano cartesiano e marcação de pontos utilizando coordenadas.

Para motivar o uso do plano cartesiano e de coordenadas aproveitou-se o material apresentado no Caderno do Professor/Aluno e iniciou-se a aula através de um diálogo estabelecido entre os bolsistas e os alunos a partir de algumas figuras e questões constantes no Caderno e outras questões que os bolsistas foram acrescentando. Utilizou-se, em particular, o mapa de uma página do guia de ruas da cidade de São Paulo (lembrando que o guia funciona com um “sistema de coordenadas de linhas e colunas”), e também a planta de uma cozinha em que deveriam obter a localização de um ralo sabendo-se que as dimensões dos ladrilhos quadriculados eram de 10 cm por 10 cm.

Com esse procedimento, os alunos perceberam dados importantes para localizar um objeto: a origem, sentido, distância, escala, coordenada, reta numerada, eixos coordenados, plano cartesiano, par ordenado, etc, concluindo que para localizarem pontos em um espaço de duas dimensões precisam do plano cartesiano. Por fim, nessa aula, utilizou-se o GeoGebra para marcar vários pontos no plano e explorar os conceitos de abscissa e ordenada.

Depois, foram desenvolvidas com as duas turmas do 8º ano um total de cinco sequências didáticas:

- 1) Construindo polígonos usando coordenadas cartesianas;
- 2) Transformações no Plano: Translação por meio de coordenadas;
- 3) Transformações no Plano: Translação combinada por meio de coordenadas;
- 4) Reflexão em relação ao eixo y e Reflexão em relação ao eixo x ;
- 5) Reflexão em relação à origem por meio de coordenadas cartesianas.

Observou-se que os alunos não tiveram, em geral, dificuldades nas construções geométricas, por exemplo, em realizar a construção de um triângulo a partir de suas coordenadas e do seu transladado na vertical. Acredita-se que, em parte, isso seja porque construções geométricas já tinham sido trabalhadas com esses alunos no ano anterior. No entanto, eles tiveram bastante dificuldade em expressar algebricamente a transformação isométrica do plano correspondente (por exemplo, no caso da translação vertical, apresentar a resposta de que a transformação era algo do tipo $(x, y) \rightarrow (x, y + b)$). O mesmo ocorreu com as demais transformações. A construção que eles apresentaram alguma dificuldade foi aquela ligada à “reflexão em relação à origem”, mais especificamente, confundiram reflexão em relação a um ponto com reflexão em relação a uma reta (reflexão axial).

Também notou-se que, num primeiro momento, os alunos não enxergaram que na transformação obtida quando somamos (a, b) a cada ponto do plano, sendo (a, b) fixado (translação combinada), aplicada a um polígono, equivale a transladar o polígono inicial horizontalmente, somando a nas abscissas dos pontos e, em seguida, transladar vertical-

mente o polígono obtido, somando b nas ordenadas. Só depois da interferência dos bolsistas é que eles conseguiram perceber.

Esclarecemos que embora a rotação também seja uma transformação isométrica, a mesma não foi abordada utilizando coordenadas, uma vez que, neste caso, a obtenção das coordenadas dos pontos rotacionados (em função dos pontos iniciais) é bem mais complexa e exige um conhecimento maior de ângulos (incluindo cosseno e seno de um ângulo). Porém, ao trabalhar reflexão de um objeto em relação à origem O do sistema de coordenadas observou-se, com os alunos, que isso é equivalente a uma rotação do objeto por um ângulo de 180° em torno do ponto O .

Abaixo segue algumas imagens relativas ao desenvolvimento do projeto (Figura 2, Figura 3 e Figura 4).

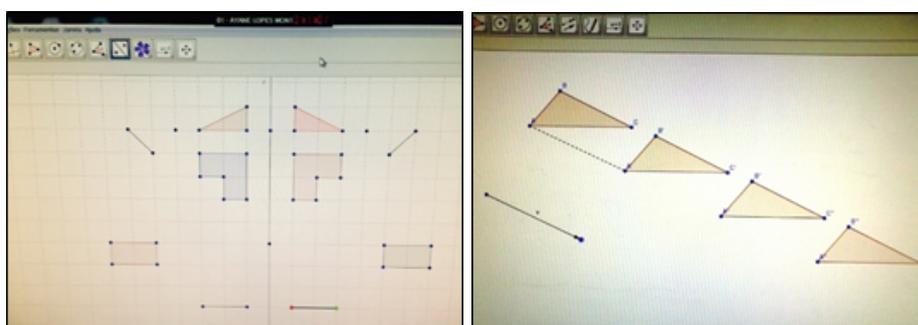


Figura 2: Atividades desenvolvidas pelos alunos (Reflexão em relação a uma reta e Translação).

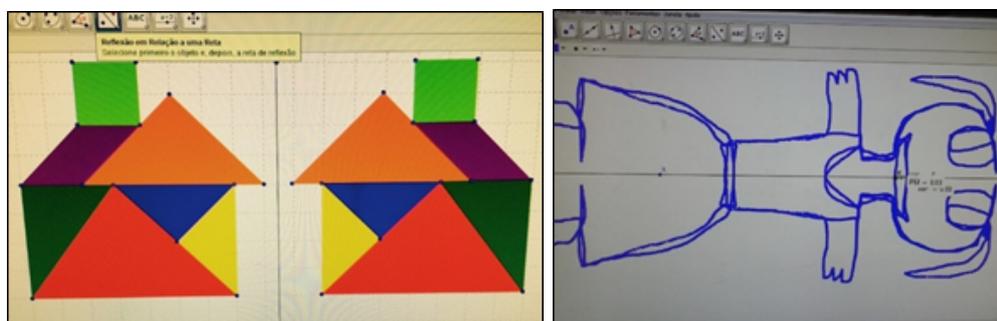


Figura 3: Atividades desenvolvidas por alunos (Reflexão – atividade extra).

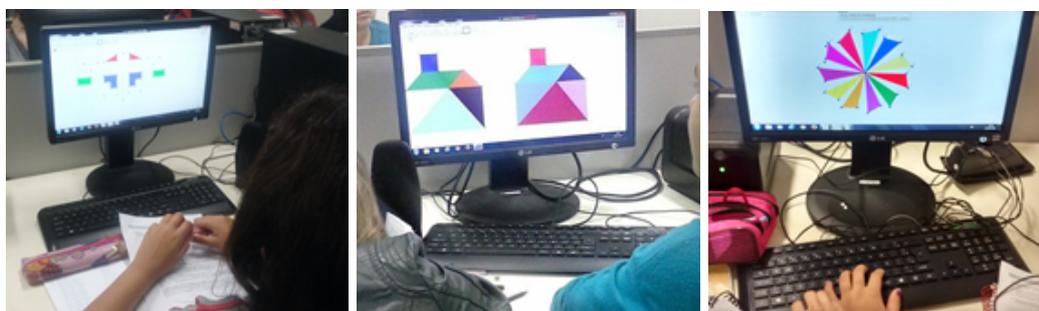


Figura 4: Fotos na sala de informática da escola.

Um material utilizado também no estudo de simetria (com as turmas de 8º ano) foi o jogo Traverse (Figura 5). Para maiores detalhes/regras do jogo ver Fanti et al (2015) ou no site <<http://www.ibilce.unesp.br/#!/departamentos/matematica/extensao/lab-mat/jogos-no-ensino-de-matematica/6-ao-9-ano/>> do Laboratório de Matemática do Ibilce.

Conforme relato dos bolsistas, os alunos se sentiram entusiasmados com o jogo, interagiram bastante entre eles, corrigiam uns aos outros perante algum erro, seja quanto a forma/regra de movimento de cada peça, como também em relação ao número de casas usadas para fazer um “pulo simétrico”.

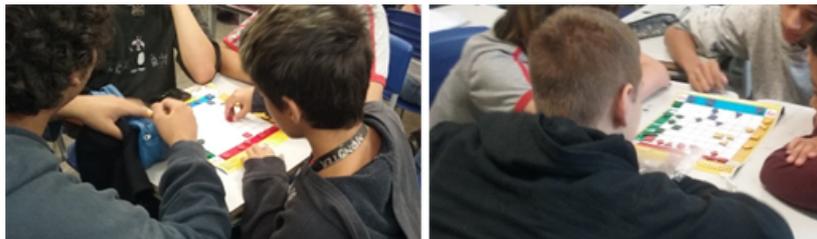


Figura 5: Alunos do 8º ano jogando Traverse.

Algumas das dificuldades encontradas relativas ao uso de tecnologias foram: o número insuficiente de computadores na sala de informática, o que implicou que dois ou três alunos tivessem que trabalhar num mesmo computador; o fato que, por um problema ocorrido na escola, a sala de Informática não pode ser usada por alguns dias, durante o desenvolvimento do projeto com as turmas de 8º ano. Em função disto, nesses dias, algumas adequações nas sequências didáticas tiveram que ser feitas e utilizou-se nessas aulas papel quadriculado e o projetor. Essas dificuldades nos lembra Viera, Paulo e Allevato (2013), que observaram que, muitas propostas interessantes têm surgido para a abordagem do tema em sala, como a utilização de materiais manipulativos ou de softwares de geometria dinâmica, mas que na prática os professores de Matemática, muitas vezes, não conseguem implementar ações para uma proposta de trabalho diferenciada.

Finalizando, ressaltamos que o desenvolvimento do projeto proporcionou aos bolsistas uma experiência muito enriquecedora e contribuiu fortemente para a formação deles.

3 Conclusões

Foi muito interessante ter a oportunidade de trabalhar o tema simetria com as turmas de 7º ano por dois anos seguidos, pois baseado nas observações e relatórios dos bolsistas (relativos ao trabalho realizado quando da primeira aplicação) as sequências didáticas puderam ser revisadas e melhoradas de modo a ter um melhor aproveitamento com as últimas turmas. Ainda, trabalhar simetria usando coordenadas com as duas turmas do 8º ano, já tendo trabalhado simetria no ano anterior com eles, foi muito produtivo, pois complementou o estudo de simetria, uma vez que no ano anterior as construções trabalhadas com eles tinha apenas um cunho geométrico (não algébrico).

Concluiu-se que a forma que foi trabalhado os conceitos tornou a aula mais atrativa e participativa, prendendo a atenção dos alunos, instigando-os através do método de ensino utilizado a serem agentes do seu próprio conhecimento.

Agradecimentos

Ao Programa Núcleos de Ensino da Prograd/UNESP pelo suporte financeiro, aos bolsistas e às professoras de matemática responsáveis pelas salas pela dedicação e envolvimento e à escola parceira pelo acolhimento e apoio recebido.

Referências

- [1] Brasil. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais*. 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental: Matemática. MEC/SEF, Brasília, 1998.
- [2] Brasil. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. *Base Nacional Comum Curricular*. MEC/CONSED/UNDIME, Brasília, 2017.
- [3] E. L. C. Fanti e A. F. Silva. Informática e jogos no Ensino da Matemática, *II Bienal da SBM*. Notas de Minicurso, Salvador/BA, 2004. 35 p. Disponível em: <<http://www.bienasbm.ufba.br/M6.pdf>>. Acesso em: 16 nov. 2018.
- [4] E. L. C. Fanti et al. Trabalhando com os Jogos Traverse e Mancala. *In: XXVII SEMAT (MC4D)*. IBILCE/UNESP, São José do Rio Preto, 2015. 26p. Disponível em: <<http://www.ibilce.unesp.br/#!/departamentos/matematica/eventos/xxvii-semat/mini-cursos/>> Acesso em: 20 jan. 2019.
- [5] E. L. Lima. *Isometrias*. Col. Professor de Matemática, SBM, Rio de Janeiro, 2007.
- [6] L.R. Onuchic e N. S. G. Allevato. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*. Rio Claro (SP), v. 25, n. 41, p.73 - 98, 2011.
- [7] São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. *Caderno do Professor: Matemática*. Ensino Fundamental, 6ª Série/7º ano, v.1. SE, São Paulo, 2014a.
- [8] São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. *Caderno do Professor: Matemática*. Ensino Fundamental, 7ª Série/8º ano, v.2. SE, São Paulo, 2014b.
- [9] São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. *Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas Tecnologias*. Ensino Fundamental - Ciclo II e Médio. SEE, São Paulo, 2012.
- [10] J. E. M. Siqueira, P. F. Lima e V. Gitirana. Explorando a simetria de reflexão: uma sequência didática no Cabri-Géomètre. *Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática*. UFPE, Recife, 2004.
- [11] G. Vieira, R. M. Paulo e N. S. G. Allevato. Simetria no Ensino Fundamental através da Resolução de Problemas: possibilidades para um trabalho em sala de aula. *Bolema*, Rio Claro (SP), v. 27, n. 46, p. 613-630, 2013.