

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Um Aplicativo para Modelagem da Difusão de Calor

Antonio Augusto Ignacio ¹

Licenciatura em Matemática, UTFPR, campus Toledo

Evandro Alves Nakajima ²

Coordenação do Curso de Ciência da Computação, UTFPR, campus Santa Helena

1 Introdução

O estudo matemático da difusão do calor teve início em meados do século XVIII, motivado pelo problema de vibração de cordas [2]. Diversos processos industriais estão ligados ao estudo desse comportamento, tais como a produção de energia através de combustíveis fósseis ou energias renováveis, incineradores usados em queima de resíduos, sistemas de aquecimento e/ou refrigeração, dentre outros. A equação diferencial parcial que descreve a difusão do calor em duas variáveis é dada por

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha^2 \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + F, \quad (1)$$

onde $T(t, x, y)$ é a temperatura, F é a função que representa uma fonte de calor e α^2 é a constante da difusividade térmica [1].

O objetivo deste trabalho é obter a modelagem matemática através de métodos numéricos do comportamento da difusão do calor em duas dimensões, bem como desenvolver um aplicativo em linguagem Visual Basic (VB) para fazer a predição da temperatura, informados o tempo e a posição na placa.

2 Materiais e Métodos

Para esse teste uma pastilha Peltier TEC1-12706 foi fixada ao centro de uma placa de alumínio anodizado de tamanho 30cm × 30cm utilizando-se pasta térmica e cola quente. A pastilha foi então ligada à uma fonte 9 volts e 3 amperes. As medições iniciaram-se a uma temperatura ambiente de 29.2°C e, para coleta dos dados, foram gravados 10 minutos, anotando-se as temperaturas a cada 10 segundos. A placa foi dividida em duas direções X e Y, com 4 e 6 intervalos respectivamente. Para cada tempo e posição (t_i, x_j) foram obtidos três polinômios de segundo grau, na forma $P_k(y) = A_k y^2 + B_k y + C_k$ com $k = 1 \dots 3$, através do método dos mínimos quadrados.

¹ignacio@alunos.utfpr.edu.br

²enakajima@utfpr.edu.br

2

3 Resultados

O aplicativo desenvolvido foi utilizado para comparação dos dados estimados e coletados, bastando informar a posição e o tempo em que se deseja saber a temperatura (Figura 1).

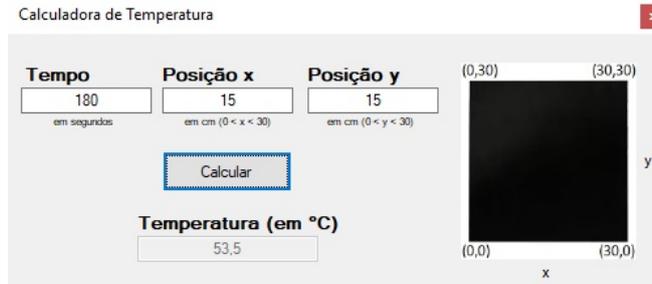


Figura 1: Programa desenvolvido em VB

Para o teste de eficiência do aplicativo foram comparadas as temperaturas em diversos tempos e em posições que não foram utilizadas para construção dos polinômios (Figura 2). Os resultados obtidos mostram um erro médio de 0.34°C , sendo que o maior erro constatado foi inferior a 1°C .

Tempo	Posição (0cm , 2.5cm)			Posição (11.25cm , 0cm)			Posição (11.25cm , 17.5cm)		
	Medido	Estimado	Erro	Medido	Estimado	Erro	Medido	Estimado	Erro
0	29.2	29.2	0	29.2	29.2	0	29.2	29.2	0
30	29.3	29.1	0.2	29.2	29.15	0.05	31.3	30.59	0.71
80	29.6	29.34	0.26	29.7	29.34	0.36	36	35.5	0.5
130	29.5	29.35	0.15	30.4	30.1	0.3	39.3	39.04	0.26
150	30	29.46	0.54	31.1	30.5	0.6	39.9	39.71	0.19
240	30.8	30.2	0.6	32	31.5	0.5	41.7	41.62	0.08
300	31.4	30.41	0.99	32.2	32.05	0.15	42.5	41.68	0.82
Erro Médio	0.34037								

Figura 2: Comparação entre as temperaturas medidas/estimadas

Como resultados futuros espera-se obter um modelo resolvendo a equação diferencial (1) por métodos numéricos para melhor compreender os efeitos da transferência de calor. Esse modelo auxiliará também na construção de um watercooler, cuja temperatura será controlada pela pastilha Peltier e uma plataforma Arduino.

Referências

- [1] W. E. Boyce, R. C. Diprima. *Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno*, 10a. edição, LTC, Rio de Janeiro, 2015.
- [2] D. G. Figueiredo. *Análise de Fourier e Equações Diferenciais Parciais*, 5a. edição. IMPA, Rio de Janeiro, 2018.