

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Um Modelo Matemático para Cinética de Fermentação

Guilherme Yoshida Teixeira ¹

Bacharelado em Ciência da Computação - UTFPR, Câmpus Santa Helena

Evandro Alves Nakajima ²

Coordenação do Curso de Ciência da Computação - UTFPR, Câmpus Santa Helena

1 Introdução

As equações diferenciais podem ser utilizadas em diversos âmbitos de pesquisas, tais como ondas eletromagnéticas, condução de calor, transferência de massa, cinética de reação/fermentação, dentre outras [1]. A modelagem matemática exerce um papel importante, visando a redução de custos e favorecendo o aumento da produção. Este trabalho propõe a solução de um sistema de equações diferenciais que representa a cinética de um processo fermentativo.

2 Metodologia

Para este estudo foram utilizados os dados coletados por [2], sobre a quantidade de açúcar, células e etanol no processo de fermentação do óleo da seiva de palmeira pela levedura *Saccharomyces Cerevisiae* à 30°C. Afim de obter um modelo para produção de etanol, bem como do consumo de açúcar e crescimento celular, buscou-se resolver um sistema de equações diferenciais da forma:

$$\frac{\partial X}{\partial t}(t) = \alpha(t)X(t)S(t), \quad \frac{\partial S}{\partial t}(t) = \beta(t)X(t)S(t), \quad \frac{\partial P}{\partial t} = \gamma(t)X(t)S(t) \quad (1)$$

satisfazendo as condições iniciais $X(0) = 1.25$, $S(0) = 86.63$ e $P(0) = 0$. Para isso, uma vez que os dados foram coletados de 5 em 5 horas, considerou-se as aproximações:

$$\frac{\partial X}{\partial t} \approx \frac{X_{i+1} - X_i}{5}, \quad \frac{\partial S}{\partial t} \approx \frac{S_{i+1} - S_i}{5} \quad e \quad \frac{\partial P}{\partial t} \approx \frac{P_{i+1} - P_i}{5}. \quad (2)$$

Deste modo, as funções α , β e γ devem satisfazer:

$$\alpha_i \approx \frac{X_{i+1} - X_i}{5 \cdot X_i S_i}, \quad \beta_i \approx \frac{S_{i+1} - S_i}{5 \cdot X_i S_i} \quad e \quad \gamma_i \approx \frac{P_{i+1} - P_i}{5 \cdot X_i S_i}. \quad (3)$$

¹gui.yoshida@yahoo.com.br

²enakajima@utfpr.edu.br

2

Uma vez que o comportamento observado de α_i , β_i e γ_i era exponencial, obtiveram-se, através do método dos mínimos quadrados, as funções

$$\alpha(t) = 0.0097 \cdot e^{-0.1776 \cdot t}, \quad \beta(t) = -0.0047 \cdot e^{-0.1102 \cdot t}, \quad \gamma(t) = 0.005676 \cdot e^{-0.1507 \cdot t} \quad (4)$$

Com esses dados, utilizou-se o método de Runge Kutta de 4º ordem para resolver o sistema de equações diferenciais (1).

3 Resultados

A partir das funções obtidas para X , S e P obteve-se o gráfico da figura 1, que compara os valores estimados em determinados tempos com os valores coletados por [2]

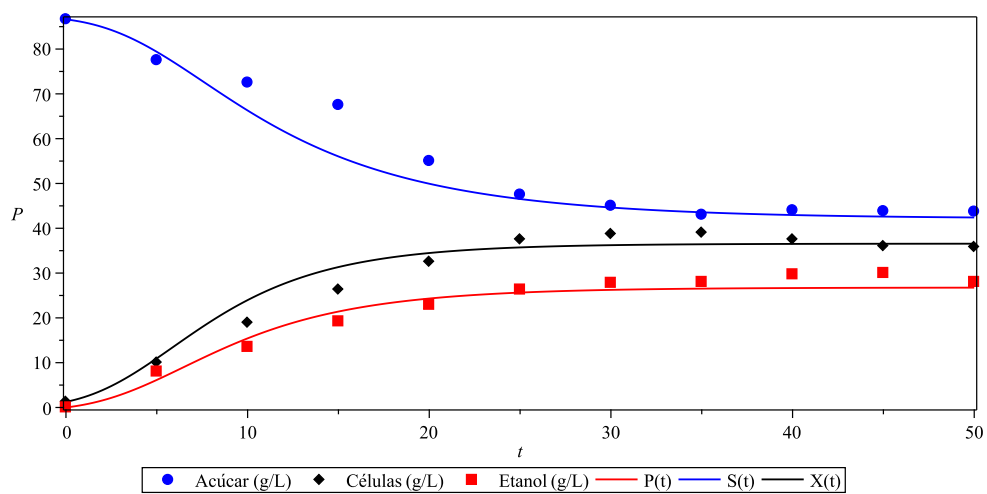


Figura 1: Curvas $S(t)$, $X(t)$ e $P(t)$

Além disso, obteve-se que o erro médio foi de 2.61g/L para quantidade de açúcar, 1.95g/L para quantidade de células e 1.52g/L para o etanol. Pretende-se desenvolver a partir deste trabalho um modelo para produção de etanol com açúcares variados (glicose, maltose, frutose, dentre outros) para o processo fermentativo com leveduras isoladas do nectário de flores como *Delonix regia* e *Lagerstroemia indica*.

Referências

- [1] W. E. Boyce, R. C. Diprima. *Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno*, 10a. edição. LTC, Rio de Janeiro, 2015.
- [2] S. Sultana, N. M. Jamil, E. A. M. Saleh. A. Yousuf, C. K. M. Faizal. A Mathematical model for ethanol fermentation from oil palm trunk sap using *Saccharomyces cerevisiae*, *Journal of Physics: Conf. Series* 890, 2017. DOI: 10.1088/1742-6596/890/1/012050.