

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Estudo do Tempo de Escape de uma Partícula em um Poço de Potencial Bidimensional Infinito Assimétrico

Wesley Vieira dos Santos¹

Fabiano Caetano de Souza²

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, IFG
Campus Goiânia

Um bilhar é um sistema dinâmico que descreve o movimento de uma partícula confinada por curvas ou superfícies que delimitam o movimento da mesma em uma dada região ou por uma dada geometria. Esses sistemas são frequentemente utilizados como laboratórios teóricos na investigação de propriedades dinâmicas diversas, como no estudo do comportamento caótico.

Entre os bilhares que apresentam dinâmica caótica, destacam-se os sistemas mistos, uma vez que os espaços de fase correspondentes apresentam regiões regulares e, também, regiões não integráveis. O bilhar anular e o bilhar anular óptico são exemplos [1, 2]. Nesses bilhares, a dinâmica de uma partícula (no primeiro modelo) ou de um raio de luz (no segundo) é delimitado por duas fronteiras circulares dispostas concêntrica ou excentricamente. A presença de caos só é verificada quando os centros das fronteiras externa e interna são deslocados entre si.

A dinâmica do modelo que investigamos apresenta características de ambos os bilhares anular e anular óptico. Consiste em descrever o movimento de uma partícula no interior de um poço de potencial cilíndrico infinito, com uma barreira interna cilíndrica de potencial, disposta excentricamente (Fig. 1(a)). Assim como no bilhares mencionados, o movimento da partícula neste modelo é retilíneo e as suas colisões com a fronteira externa são elásticas. Entretanto, quando a partícula encontra os contornos da barreira interna, tanto pode sofrer colisão elástica com ela, quanto pode adentrar essa região, alterando sua energia cinética e seu momento linear.

Para estudar o modelo, fixamos o raio da fronteira externa R e o valor do potencial da barreira V_0 em uma unidade. A excentricidade δ , o raio r e a energia mecânica E do sistema são os parâmetros do problema. Para acompanhar a dinâmica, registramos, a cada colisão da partícula com os contornos do poço, os valores dos ângulos θ e α , representando a posição angular da partícula em relação ao eixo x e a inclinação de saída da mesma em relação à reta normal nesse ponto, respectivamente.

Também investigamos neste modelo uma nova propriedade denominada tempo de escape. Introduzimos nos contornos do poço uma pequena abertura pela qual uma dada partícula é lançada e, eventualmente, escapa durante seu movimento. O tempo de escape

¹wesleyvieira.fis@gmail.com

²fabiano.souza@ifg.edu.br

é o tempo decorrido entre o lançamento e a saída da mesma por essa abertura [3]. Estudamos numericamente o tempo de escape médio de um *ensemble* de partículas lançadas a partir de um dado ponto e sua vizinhança, para diversos parâmetros e condições iniciais do problema, procurando verificar a influência da dinâmica caótica.

Para os parâmetros $r = 0,63$, $\delta = 0,29$ e $E = 3,81$, produzimos o espaço de fase (Fig. 1(b)), onde observamos regiões de integrabilidade e caos. As regiões integráveis constituem-se de curvas invariantes e ilhas do tipo KAM. As regiões caóticas são observadas na região preenchida do gráfico.

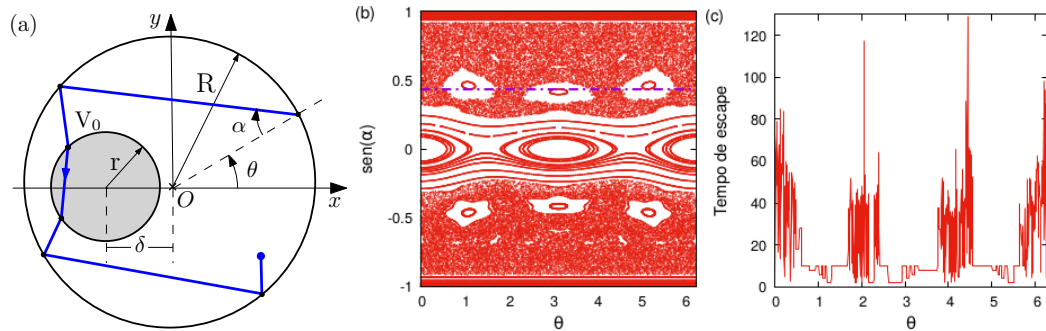


Figura 1: (a) Representação do modelo. (b) Espaço de fase. (c) Tempo de Escape.

Para os parâmetros mencionados, apresentamos na Fig. 1(c) o cálculo do tempo de escape em que fixamos a condição inicial $\alpha = 0,4499$ e variamos o valor de θ . Essas condições iniciais estão representadas por uma reta tracejada no espaço de fases na Fig. 1(b). Observamos neste gráfico que o tempo de escape oscila drasticamente para condições iniciais dadas no mar de caos, enquanto que mais suavemente para tais condições no interior das ilhas. O comportamento do tempo de escape guarda, portanto, similitude com o comportamento caótico, de instabilidade e sensibilidade às condições iniciais.

Neste trabalho, estudamos a dinâmica de uma partícula em um poço de potencial bidimensional assimétrico. Verificamos, no espaço de fase do modelo, integrabilidade e caos, a depender dos parâmetros. Também verificamos que o tempo de escape médio depende das condições iniciais, se pertencem a regiões regulares ou a caóticas.

Referências

- [1] N. Saitô, H. Hirooka, J. Ford, F. Vivaldi and G. H. Walker. Numerical study of billiard motion in an annulus bounded by non-concentric circles, *Physica 5D*, 5(2-3):273-286, 1982.
- [2] R. Egydio de Carvalho. Overlap of isochrone resonances: chaos and refraction. *Physical Review E*, 55(1):3781-3784, 1997.
- [3] M. Hansen, D. R. da Costa, I. L. Caldas and E. D. Leonel. Statistical properties for an open oval billiard: an investigation of the escaping basins. *Chaos, Solitons and Fractals*, 106:355-362, 2018.